База тестових завдань з курсу «Методи оптимізації», спец. 7.091501 «Комп'ютерні системи та мережі», У кожному тесті – 10 запитань. Деякі запитання мають ДЕКІЛЬКА правильних відповідей. Правильна відповідь – 1бал. Напівправильна - 0,5 балу, неправильна – 0 балів.

Тривалість тестування – 30 хв.

1. Задано функцію $F = -x_1 + 5x_2$ при обмеженнях $\begin{cases} 3x_1 - x_2 \le 9 \\ 2x_1 - 3x_2 \le 5 \\ x_1 + 4x_2 \le 4 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases}$.

Мінімальне значення функції дорівнює:

а) 1,2 б) -2,5 в) -0,5 г) 2 д) 1,8

Максимальне значення функції дорівнює:

а) 1,2 б) 5 в) -5,5 г) 3 д) 4,8

2. Задано симплекс-таблицю:

	x_1	x_2	b_j	Q_j
x_3	3	-1	9	
x_4	2	-3	5	
x_5	1	4	4	
L	1	-5	0	

Базисною точкою, що відповідає максимуму, є:

а) (0;0;9;5;4) б) (0;1;10;8;5) в) (0;9;0;4;5) г) (0;0;0;5;4) д) (0;0;5;4;4)

3. У розподіленій системі обробки даних в деякий час τ мається n_τ ресурсів, готових до виконання завдань, поступає m завдань. Відома якість виконання кожним ресурсом. Необхідно назначити кожному ресурсу окреме завдання таким чином, щоб якість виконання всіх завдань було максимальною (мінімальною). Матриця якості має вигляд:

$$\begin{pmatrix} 10 & 2 & 8 & 5 \\ 10 & 4 & 5 & 8 \\ 5 & 15 & 8 & 15 \\ 4 & 5 & 9 & 3 \end{pmatrix}.$$

3.1 Розв'язок на максимум:

а) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ в) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

г) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ д) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

3.2 Розв'язок на мінімум:

а) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ в) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

г) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ д) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Транспортна задача:

$c = \begin{pmatrix} 2 & 10 & 12 & 3 \\ 5 & 15 & 1 & 8 \\ 10 & 6 & 3 & 2 \end{pmatrix}$, $b = \{100;50;100;50\}$, $b = \{120;120;60\}$.

4.1 Початковий опорний план за методом мінімального елемента:

а) $c = \begin{pmatrix} 100 & 10 & 0 & 10 \\ 0 & 20 & 100 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 40 \end{pmatrix}$ б) $c = \begin{pmatrix} 50 & 20 & 50 & 0 \\ 0 & 20 & 50 & 50 \\ 50 & 10 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

в) $c = \begin{pmatrix} 100 & 0 & 20 & 0 \\ 0 & 40 & 80 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 50 \end{pmatrix}$. г) $c = \begin{pmatrix} 100 & 20 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 80 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 50 \end{pmatrix}$

д) $c = \begin{pmatrix} 100 & 20 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 100 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 50 \end{pmatrix}$

4.2 Початковий опорний план за методом північно-західного кута (1 бал):

а) $c = \begin{pmatrix} 110 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 90 & 0 \\ 0 & 0 & 20 & 50 \end{pmatrix}$ б) $c = \begin{pmatrix} 100 & 20 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 100 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 50 \end{pmatrix}$

в) $c = \begin{pmatrix} 100 & 20 & 0 & 0 \\ 0 & 40 & 80 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 50 \end{pmatrix}$ г) $c = \begin{pmatrix} 100 & 20 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 50 \end{pmatrix}$

д) $c = \begin{pmatrix} 100 & 20 & 0 & 0 \\ 0 & 30 & 90 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 50 \end{pmatrix}$

4.3 Розв’язок транспортної задачі методом потенціалів:

а) $c = \begin{pmatrix} 90 & 20 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 100 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 50 \end{pmatrix}$ б) $c = \begin{pmatrix} 90 & 20 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 100 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 50 \end{pmatrix}$

в) $c = \begin{pmatrix} 80 & 0 & 0 & 40 \\ 20 & 0 & 100 & 0 \\ 0 & 50 & 0 & 10 \end{pmatrix}$ г) $c = \begin{pmatrix} 90 & 20 & 0 & 0 \\ 10 & 20 & 100 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 50 \end{pmatrix}$

д) $c = \begin{pmatrix} 100 & 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 80 & 0 \\ 0 & 50 & 0 & 10 \end{pmatrix}$

5. *Загальною задачею ЛП* називається задача, яка складається у визначенні:

1) Максимального значення функції:

$$F = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \ ,$$

за умов

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i \, (i = \overline{1,k}),$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i \ \ (i = \overline{k+1,m}),$$

$$x_j \ge 0 \ \ (j = \overline{1,l}, l \le n),$$

де a_{ij}, b_i, c_j - задані постійні величини та $k \le m$.

2) Максимального (мінімального) значення функції: $F = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$,

за умов

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i \, (i = \overline{1,k}),$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i \ \ (i = \overline{k+1,m}),$$

$$x_j \ge 0 \ \ (j = \overline{1,l}, l \le n),$$

де a_{ij}, b_i, c_j - задані постійні величини та $k \le m$.

3) Максимального (мінімального) значення функції:

$$F = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \ ,$$

за умов

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i \, (i = \overline{1,k}),$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \ge b_i \ \ (i = \overline{k+1,m}),$$

$$x_j \ge 0 \ \ (j = \overline{1,l}, l \le n),$$

де a_{ij}, b_i, c_j - задані постійні величини та $k \le m$.

4) Максимального значення функції:

$$F = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \ ,$$

за умов

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i \, (i = \overline{1,k}),$$

$$x_j \ge 0 \ \ (j = \overline{1,l}, l \le n),$$

де a_{ij}, b_i, c_j - задані постійні величини та $k \le m$.

5) Максимального значення функції:

$$F=\sum_{j=1}^{n} c_j x_j ,$$

за умов

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i \,(i=\overline{1,k}),$$

де a_{ij}, b_i, c_j - задані постійні величини та $k \le m$.

6. Розв’язком задачі

$$F = x_1 + x_2 \to \max(\min)$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \le 14 \\ -5x_1 + 7x_2 \le 15 \\ 4x_1 + 6x_2 \ge 24, \end{cases} \qquad (14)$$

$x_1, x_2 \ge 0$.

є?

а) $(1.345;3.103)$ б) $(1.3;3.103)$ в) $(-1.345;3.103)$ г) $(1.345;-3.103)$ д) $(14;0)$

7. Канонічна форма задачі

$$F = 9x_1 + 10x_2 + 16x_3 \to \max$$

$$\begin{cases} 18x_1 + 15x_2 + 12x_3 \le 360 \\ 6x_1 + 4x_2 + 8x_3 \le 192 \\ 5x_1 + 3x_2 + 3x_3 \le 180, \end{cases}$$

$x_1, x_2, x_3 \ge 0$.

Має вигляд:

а) $\begin{cases} 18x_1 + 15x_2 + 12x_3 + x_4 = 360 \\ 6x_1 + 4x_2 + 8x_3 + x_5 = 192 \\ 5x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_6 = 180, \end{cases}$

б) $\begin{cases} 18x_1 + 15x_2 + 12x_3 + x_4 = 360 \\ 6x_1 + 4x_2 + 8x_3 + x_5 = 192 \\ 5x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_6 = 180, \end{cases}$

$x_i \ge 0, (i=\overline{1,3})$.

в) $\begin{cases} 18x_1 + 15x_2 + 12x_3 + x_4 = 360 \\ 6x_1 + 4x_2 + 8x_3 + x_5 = 192 \\ 5x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_6 = 180, \end{cases}$

$x_i \ge 0, (i=\overline{1,6})$.

г) $\begin{cases} 18x_1 + 15x_2 + 12x_3 + x_4 = 360 \\ 6x_1 + 4x_2 + 8x_3 + x_5 = 192 \\ 5x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_6 + x_7 = 180, \end{cases}$

$x_i \ge 0, (i=\overline{1,6})$.

д) $\begin{cases} 18x_1 + 15x_2 + 12x_3 + x_4 > 360 \\ 6x_1 + 4x_2 + 8x_3 + x_5 > 192 \\ 5x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_6 > 180, \end{cases}$

$x_i \geq 0, (i = \overline{1,6})$.

8. Симплекс-таблиця має вигляд:

i	Базис	$C_б$	P_0	9	10	16	0	0	0
				P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
1	P_4	0	360	18	15	12	1	0	0
2	P_5	0	192	6	4	8	0	1	0
3	P_6	0	180	5	3	3	0	0	1
4			0	-9	-10	-16	0	0	0

На другій ітерації симплекс-перетворення отримаємо:

а)

i	Базис	$C_б$	P_0	9	10	16	0	0	0
				P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
1	P_4	0	72	9	9	0	1	-3/2	0
2	P_3	16	24	¾	½	1	0	1/8	0
3	P_6	0	108	11/4	3/2	0	0	-3/8	1
4			384	3	-2	0	0	2	0

б)

i	Базис	$C_б$	P_0	9	10	16	0	0	0
				P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
1	P_2	10	8	1	1	0	1/9	-1/6	0
2	P_3	16	20	¼	0	1	-1/18	5/24	0
3	P_6	0	96	5/4	0	0	-1/6	-1/8	1
4			400	5	0	0	2/9	5/3	0

в)

i	Базис	$C_б$	P_0	9	10	16	0	0	0
				P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
1	P_4	0	72	9	9	0	1	-3/2	0
2	P_3	16	24	¾	½	1	0	1/8	0
3	P_6	0	108	11/4	3/2	0	0	-3/8	1
4			374	3	-3	0	0	2	0

г)

i	Базис	$C_б$	P_0	9	10	16	0	0	0
				P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
1	P_4	0	72	9	9	0	1	-3/2	0
2	P_3	16	24	¾	½	1	0	1/8	0
3	P_6	0	108	11/4	3/2	0	0	-3/8	1
4			374	3	-3	0	0	2	0

д)

i	Базис	$C_б$	P_0	9	10	16	0	0	0
				P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
1	P_4	0	72	9	9	0	1	-3/2	0
2	P_3	16	24	¾	½	1	0	1/8	0
3	P_6	0	108	11/4	3/2	0	0	-3/8	1
4			111	3	2	0	0	2	0

9. Начальний опорний для розв'язку задачі

$F = -2x_1 + 3x_2 - 6x_3 - x_4 \to \min$,

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 24 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 \le 22 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 \ge 10 \end{cases},$$

$x_1, x_2, x_3, x_4 \ge 0$.

симплекс-методом має вигляд:

а) $X = (0;0;0;34;22;0;10)$, б) $X = (0;0;0;-24;22;0;10)$, в) $X = (0;1;1;24;0;0;10)$, $X = (0;0;0;24;-22;0;10)$, г) $X = (0;0;0;24;22;0;0)$, д) $X = (0;0;0;24;22;0;10)$

10. Сенс симплекс-методу полягає

а) в переході від одного базисного рішення до іншого, при якому значення цільової функції зростає (за умови, що дана задача має оптимальний план і кожний її опорний план є виродженим),

б) в переході від одного базисного рішення до іншого, при якому значення цільової функції зростає (за умови, що дана задача має оптимальний план і кожний її опорний план є невиродженим),

в) в переході від одного базисного рішення до іншого, при якому значення цільової функції зменшується (за умови, що дана задача має оптимальний план і кожний її опорний план є невиродженим),

г) в переході від одного базисного рішення до іншого, при якому значення цільової функції зменшується (за умови, що дана задача не має оптимального плану і кожний її опорний план є невиродженим),

д) в переході від одного базисного рішення до іншого, при якому значення цільової функції зменшується (за умови, що дана задача не має оптимального плану і кожний її опорний план є виродженим),

11. Метод штучного базису застосовується, коли

а) всі обмеження мають знак $<$, б) всі обмеження мають знак $>$, в) всі обмеження мають знак $<$, г) всі обмеження мають знак $\geq$, д) серед обмежень рівняння, або нерівності зі знаком $>, \geq$,

12. Скільки штучних змінних виникає при розв'язку даної задачі

$F = -2x_1 + 3x_2 - 6x_3 - x_4 \to \min$,

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 24 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 22 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 \geq 10 \end{cases},$$

симплекс-методом:

а) 0, б) 1, в) 2, г) 3, д) 4

13. Вказати двоїсту задачу до даної вихідної.

Вихідна

$F = CX \to \max$,
$AX \leq P_0$,
$X \geq 0$

Двоїста

а) $F^* = P_0 Y \to \min$,
$AY \geq C$,
$Y \geq 0$

б) $F^* = P_0 Y \to \max$,
$AY \leq C$,
$Y \geq 0$

в) $F^* = P_0 Y \to \min$,
$AY \geq C$,
Y - будь-які

г) $F^* = P_0 Y \to \max$,
$AY \leq C$,
Y - будь-які

14. Вказати двоїсту задачу до даної вихідної.

Вихідна

$F = CX \to \min$,
$AX \geq P_0$,
$X \geq 0$

Двоїста

а) $F^* = P_0 Y \to \min$,
$AY \geq C$,
$Y \geq 0$

б) $F^* = P_0 Y \to \max$,
$AY \leq C$,
$Y \geq 0$

в) $F^* = P_0 Y \to \min$,
$AY \geq C$,
Y - будь-які

г) $F^* = P_0 Y \to \max$,
$AY \leq C$,
Y - будь-які

15. Вказати двоїсту задачу до даної вихідної.

Вихідна

$F = CX \to \max$,
$AX = P_0$,
$X \geq 0$

Двоїста

а) $F^* = P_0 Y \to \min$,
$AY \geq C$,
$Y \geq 0$

б) $F^* = P_0 Y \to \max$,
$AY \le C$,
$Y \ge 0$
в) $F^* = P_0 Y \to \min$,
$AY \ge C$,
Y - будь-які
г) $F^* = P_0 Y \to \max$,
$AY \le C$,
Y - будь-які

16. Вказати двоїсту задачу до даної вихідної.

Вихідна

$F = CX \to \min$,
$AX = P_0$,
$X \ge 0$

Двоїста

а) $F^* = P_0 Y \to \min$,
$AY \ge C$,
$Y \ge 0$
б) $F^* = P_0 Y \to \max$,
$AY \le C$,
$Y \ge 0$
в) $F^* = P_0 Y \to \min$,
$AY \ge C$,
Y - будь-які
г) $F^* = P_0 Y \to \max$,
$AY \le C$,
Y - будь-які

17. Двоїстою задачею по відношенню до наступної задачі:
$F = 2x_1 + x_2 + 3x_3 \to \max$

за умов

$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 12, \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 24, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 18, \end{cases}$$

є:

а) $F^* = 12y_1 + 24x_2 + 18x_3 \to \max$,

$$\begin{cases} -y_1 + 2y_2 + 3y_3 \ge 2, \\ 3y_1 - 2y_2 + y_3 \ge 1, \\ -5y_1 + 4y_2 + y_3 \ge 3, \end{cases}$$

y_i - будь-які;

б) $F^* = 12y_1 + 24x_2 + 18x_3 \to \min$,

$$\begin{cases} -y_1 + 2y_2 + 3y_3 \ge 2, \\ 3y_1 - 2y_2 + y_3 \ge 1, \\ -5y_1 + 4y_2 + y_3 \ge 3, \end{cases}$$

y_i - будь-які;

в) $F^* = 12y_1 + 24x_2 + 18x_3 \to \min$,

$$\begin{cases} -y_1+2y_2+3y_3<2, \\ 3y_1-2y_2+y_3<1, \\ -5y_1+4y_2+y_3<3, \end{cases}$$

y_i - будь-які;

г) $F^* = 12y_1 + 24x_2 + 18x_3 \to \min$,

$$\begin{cases} -y_1+2y_2+3y_3 \ge 2, \\ 3y_1-2y_2+y_3 \ge 1, \\ -5y_1+4y_2+y_3 \ge 3, \end{cases}$$

$y_i \ge 0$;

д) $F^* = -12y_1 - 24x_2 - 18x_3 \to \min$,

$$\begin{cases} -y_1+2y_2+3y_3 \ge 2, \\ 3y_1-2y_2+y_3 \ge 1, \\ -5y_1+4y_2+y_3 \ge 3, \end{cases}$$

y_i - будь-які.

18. Двоїстою задачею по відношенню до наступної задачі:

$$F = 5x_1 + 4x_2 - x_3 \to \max$$

за умов

$$\begin{cases} x_1+x_2-2x_3 \le 2, \\ 2x_1+3x_2-x_3 \ge 3, \end{cases}$$

$x_1, x_2, x_3 \ge 0$,

є:

а) $F^* = 2y_1 - 3y_2 \to \min$

за умов

$$\begin{cases} y_1-2y_2 \le 5, \\ y_1-3y_2 \le 4, \\ -2y_1+y_2 \le -1. \end{cases}$$

$y_1, y_2 \ge 0$.

б) $F^* = 2y_1 - 3y_2 \to \max$

за умов

$$\begin{cases} y_1-2y_2 \ge 5, \\ y_1-3y_2 \ge 4, \\ -2y_1+y_2 \ge -1. \end{cases}$$

$y_1, y_2 \ge 0$

в) $F^* = 2y_1 - 3y_2 \to \max$

за умов

$$\begin{cases} y_1-2y_2 \ge 5, \\ y_1-3y_2 \ge 4, \\ -2y_1+y_2 \ge -1. \end{cases}$$

y_i - будь-які;

г) $F^* = 2y_1 - 3y_2 \to \min$

за умов

$$\begin{cases} y_1 - 2y_2 \geq 5, \\ y_1 - 3y_2 \geq 4, \\ -2y_1 + y_2 \geq -1. \end{cases}$$

y_i - будь-які;

д) $F^* = 2y_1 - 3y_2 \to \min$

за умов

$$\begin{cases} y_1 - 2y_2 \geq 5, \\ y_1 - 3y_2 \geq 4, \\ -2y_1 + y_2 \geq -1. \end{cases}$$

$y_1, y_2 \geq 0$.

19. Двоїстою задачею по відношенню до наступної задачі:

$$F = 4x_1 - x_2 + x_3 \to \min$$

за умов

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 \geq 3, \\ 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 \geq 6, \\ 5x_1 - x_2 + 3x_3 = 4, \end{cases}$$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$,

є:

а) $F^* = 3y_1 + 6y_2 + 4y_3 \to \max$

за умов

$$\begin{cases} y_1 + 2y_2 + 5y_3 = 4, \\ -y_1 + 4y_2 - y_3 = -1, \\ y_1 - 2y_2 + 3y_3 = 3. \end{cases}$$

$y_1, y_2, y_3 \geq 0$.

б) $F^* = 3y_1 + 6y_2 + 4y_3 \to \min$

за умов

$$\begin{cases} y_1 + 2y_2 + 5y_3 \leq 4, \\ -y_1 + 4y_2 - y_3 \leq -1, \\ y_1 - 2y_2 + 3y_3 \leq 3. \end{cases}$$

$y_1, y_2 \geq 0$, y_3 - будь-яке.

в) $F^* = 3y_1 + 6y_2 + 4y_3 \to \max$

за умов

$$\begin{cases} y_1 + 2y_2 + 5y_3 \leq 4, \\ -y_1 + 4y_2 - y_3 \leq -1, \\ y_1 - 2y_2 + 3y_3 \leq 3. \end{cases}$$

$y_1, y_2 \geq 0$, y_3 - будь-яке.

г) $F^* = 3y_1 + 6y_2 + 4y_3 \to \max$

за умов

$$\begin{cases} y_1 + 2y_2 + 5y_3 \le 4, \\ -y_1 + 4y_2 - y_3 \le -1, \\ y_1 - 2y_2 + 3y_3 \le 3. \end{cases}$$

$y_1, y_2, y_3 \ge 0$ - будь-які.

д) $F^* = 3y_1 + 6y_2 + 4y_3 \to \max$

за умов

$$\begin{cases} y_1 + 2y_2 + 5y_3 \le 4, \\ -y_1 + 4y_2 - y_3 \le -1, \\ y_1 - 2y_2 + 3y_3 \le 3. \end{cases}$$

$y_1, y_2, y_3 \ge 0$.

20. Вкажіть правильне формулювання першої теореми двоїстості:

а) Якщо одна з пари двоїстих задач має оптимальний план, то і друга має оптимальний і $F_{\max} \ge F^*_{\min}$;

б) Якщо одна з пари двоїстих задач має оптимальний план, то і друга має оптимальний і $F_{\max} < F^*_{\min}$;

в) Якщо одна з пари двоїстих задач має оптимальний план, то і друга має оптимальний і $F_{\max} \le F^*_{\min}$;

г) Якщо одна з пари двоїстих задач має оптимальний план, то і друга має оптимальний і $F_{\max} > F^*_{\min}$;

д) Якщо одна з пари двоїстих задач має оптимальний план, то і друга має оптимальний і $F_{\max} = F^*_{\min}$.

21. Двоїстою задачею по відношенню до наступної задачі:

$F = 8x_1 + 6x_2 + 9x_3 \to \max$

за умов

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 12, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 18. \end{cases}$$

$x_1, x_2, x_3 \ge 0$,

є:

а) $F^* = 12y_1 + 18y_2 \to \min$

за умов

$$\begin{cases} y_1 + 3y_2 \ge 8, \\ 2y_1 + y_2 \ge 6 \\ y_1 + 2y_2 \ge 9 \end{cases}$$

y_1, y_2, y_3 - будь-які.

б) $F^* = 12y_1 + 18y_2 \to \max$

за умов

$$\begin{cases} y_1 + 3y_2 \ge 8, \\ 2y_1 + y_2 \ge 6 \\ y_1 + 2y_2 \ge 9 \end{cases}$$

y_1, y_2, y_3 - будь-які.

в) $F^* = 12y_1 + 18y_2 \to \max$

за умов

$$\begin{cases} y_1 + 3y_2 \le 8, \\ 2y_1 + y_2 \le 6 \\ y_1 + 2y_2 \le 9 \end{cases}$$

y_1, y_2, y_3 - будь-які.

г) $F^* = 12y_1 + 18y_2 \to \min$

за умов

$$\begin{cases} y_1 + 3y_2 \ge 8, \\ 2y_1 + y_2 \ge 6 \\ y_1 + 2y_2 \ge 9 \end{cases}$$

$y_1, y_2, y_3 > 0$

д) $F^* = 12y_1 + 18y_2 \to \min$

за умов

$$\begin{cases} y_1 + 3y_2 \ge 8, \\ 2y_1 + y_2 \ge 6 \\ y_1 + 2y_2 \ge 9 \end{cases}$$

$y_1, y_2 > 0, y_3$ - будь-яке.

22. Остання симплекс-таблиця розв'язку задачі лінійного програмування має вигляд:

Базис	$C_{á}$	План	8	6	9	-M	-M
			P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
P_2	6	2	$-1/3$	1	0	$2/3$	$-1/3$
P_3	9	8	$5/3$	0	1	$-1/3$	$2/3$
$z_j - c_j$		84	5	0	0	$1+M$	$4+M$

Розв'язком двоїстої задачі є:

а) $Y^* = (4;2)$, б) $Y^* = (4;1)$, в) $Y^* = (2;4)$, г) $Y^* = (1;4)$, д) $Y^* = (1{,}31;4{,}22)$.

23. Вкажіть правильне визначення точки локального мінімуму:

а) Функція $f(x)$ має локальний мінімум у точці x_0, якщо $\exists\delta < 0$ і якщо $|x - x_0| < \delta$, то $f(x) \ge f(x_0)$,

б) Функція $f(x)$ має локальний мінімум у точці x_0, якщо $\exists\delta < 1$ і якщо $|x - x_0| < \delta$, то $f(x) \ge f(x_0)$,

в) Функція $f(x)$ має локальний мінімум у точці x_0, якщо $\exists\delta > 0$ і якщо $|x - x_0| < \delta$, то $f(x) \ge f(x_0)$,

г) Функція $f(x)$ має локальний мінімум у точці x_0, якщо $\exists\delta > 0$ і якщо $|x - x_0| > \delta$, то $f(x) \ge f(x_0)$,

д) Функція $f(x)$ має локальний мінімум у точці x_0, якщо $\exists\delta > 0$ і якщо $|x - x_0| < \delta$, то $f(x) \le f(x_0)$.

д) Функція $f(x)$ має локальний мінімум у точці x^*, якщо для $\forall x$ справедлива нерівність $f(x) \ge f(x^*)$.

23. Вкажіть правильне визначення точки глобального мінімуму:
а) Функція $f(x)$ має глобальний мінімум у точці x_0, якщо $\exists\delta > 0$ і якщо $|x - x_0| > \delta$, то $f(x) \geq f(x_0)$,

б) Функція $f(x)$ має глобальний мінімум у точці χ^*, якщо для $x > 0$ справедлива нерівність $f(x) \geq f(x^*)$,
в) Функція $f(x)$ має глобальний мінімум у точці x_0, якщо $\exists\delta > 0$ і якщо $|x - x_0| < \delta$, то $f(x) \leq f(x_0)$,
г) Функція $f(x)$ має глобальний мінімум у точці x_0, якщо $\exists\delta > 0$ і якщо $|x - x_0| < \delta$, то $f(x) \geq f(x_0)$,
д) Функція $f(x)$ має глобальний мінімум у точці x_0, якщо $|x - x_0| < 1$, то $f(x) \geq f(x_0)$.

24. Необхідною умовою існування екстремуму функції $f(x)$ є:
а) $f''(x) = 0$, б) $f''(x) < 0$, в) $f''(x) < 0$, г) $f'(x) \neq 0$, д) $f'(x) = 0$

25. Достатньою умовою існування точки максимуму функції $f(x)$ є:
а) $f''(x) = 0$, б) $f''(x) < 0$, в) $f''(x) > 0$, г) $f'(x) \neq 0$, д) $f'(x) = 0$

26. Достатньою умовою існування точки мінімуму функції $f(x)$ є:
а) $f''(x) = 0$, б) $f''(x) < 0$, в) $f''(x) > 0$, г) $f'(x) \neq 0$, д) $f'(x) = 0$

27. Максимум функції $f(x) = x^3 - 2x^2 + x$ дорівнює:
а) $\frac{1}{3}$, б) 1, в) $\frac{1}{5}$, г) $0.33(3)$, д) $3{,}12$, е) не існує.
28. Мінімум функції $f(x) = x^3 - 2x^2 + x$ дорівнює:
а) $\frac{1}{3}$, б) 1, в) $\frac{1}{5}$, г) $0.33(3)$, д) $3{,}12$, е) не існує.

29. Мінімум функції $f(x) = (x-1)^6$ дорівнює:
а) $\frac{1}{3}$, б) 1, в) $\frac{1}{5}$, г) $0.33(3)$, д) $3{,}12$, е) не існує.

30. До прямих методів пошуку екстремуму функції $f(x)$ відносяться:
а) Фібоначчі, б) Ньютона, в) поділу навпіл, г) золотого перетину, д)аналітичний.

31. До непрямих методів пошуку екстремуму функції $f(x)$ відносяться:
а) Фібоначчі, б) Ньютона, в) поділу навпіл, г) золотого перетину, д)аналітичний.

32. *Градієнтом* функції $f(X)$ називається:
а) $\nabla f(X) = \left(\frac{\partial f(X)}{\partial x_1}, \frac{\partial f(X)}{\partial x_3}, \frac{\partial f(X)}{\partial x_5} ..., \frac{\partial f(X)}{\partial x_n} \right)$,

б) $\nabla f(X)=\left(\frac{\partial f(X)}{\partial x_1},\frac{\partial f(X)}{\partial x_2},...,\frac{\partial f(X)}{\partial x_n}\right)$,

в) $\nabla f(X)=\left(\frac{\partial^2 f(X)}{\partial x_1{}^2},\frac{\partial^2 f(X)}{\partial x_2{}^2},...,\frac{\partial^2 f(X)}{\partial x_n{}^2}\right)$,

г) $\nabla f(X)=\left(\frac{\partial^2 f(X)}{\partial x_1{}^2},\frac{\partial^2 f(X)}{\partial x_3},\frac{\partial^2 f(X)}{\partial x_5},...,\frac{\partial^2 f(X)}{\partial x_n{}^2}\right)$,

д) $\nabla f(X)=\left(\frac{\partial f(X)}{\partial x_1},\frac{\partial f(X)}{\partial x_3},\frac{\partial f(X)}{\partial x_5}...,\frac{\partial f(X)}{\partial x_n}\right)$.

33. Функція $f(X)$ повинна бути опуклою для існування точки:
а) максимуму, б) мінімуму.

34. Функція $f(X)$ повинна бути увігнутою для існування точки:
а) максимуму, б) мінімуму.

35. Правильним визначення опуклої функції є:

а) Функція $f(X)$, визначена на опуклій множині M $n-$вимірного простору називається опуклою на цій множині, якщо
$f(\alpha X_1+(1-\alpha)X_2)\neq \alpha f(X_1)+(1-\alpha)f(X_2)$, $\forall X_1, X_2 \in M$,

б) Функція $f(X)$, визначена на опуклій множині M $n-$вимірного простору називається опуклою на цій множині, якщо
$f(\alpha X_1+(1-\alpha)X_2)> \alpha f(X_1)+(1-\alpha)f(X_2)$, $\forall X_1, X_2 \in M$,

в) Функція $f(X)$, визначена на опуклій множині M $n-$вимірного простору називається опуклою на цій множині, якщо
$f(\alpha X_1+(1-\alpha)X_2)\geq \alpha f(X_1)+(1-\alpha)f(X_2)$, $\forall X_1, X_2 \in M$,

г) Функція $f(X)$, визначена на опуклій множині M $n-$вимірного простору називається опуклою на цій множині, якщо
$f(\alpha X_1+(1-\alpha)X_2)< \alpha f(X_1)+(1-\alpha)f(X_2)$, $\forall X_1, X_2 \in M$,

д) Функція $f(X)$, визначена на опуклій множині M $n-$вимірного простору називається опуклою на цій множині, якщо
$f(\alpha X_1+(1-\alpha)X_2)\leq \alpha f(X_1)+(1-\alpha)f(X_2)$, $\forall X_1, X_2 \in M$.

36. Правильним формулюванням критерію Сильвестра є:

а) Функція $f(X)$ є *опуклою* тоді, коли невід'ємні всі головні мінори матриці других частинних похідних, тобто *матриця негативно визначена* і є *увігнутою*, коли матриця частинних похідних позитивно *визначена*,

б) Функція $f(X)$ є *увігнутою* тоді, коли непозитивні всі головні мінори матриці других частинних похідних, тобто *матриця позитивно визначена* і є *увігнутою*, коли матриця частинних похідних *від'ємно визначена*,

в) Функція $f(X)$ є *опуклою* тоді, коли непозитівні всі головні мінори матриці других частинних похідних, тобто *матриця позитивно визначена* і є *увігнутою*, коли матриця частинних похідних *від'ємно визначена*,

г) Функція $f(X)$ є *опуклою* тоді, коли невід'ємні всі головні мінори матриці других частинних похідних, тобто *матриця позитивно визначена* і є *увігнутою*, коли матриця частинних похідних *від'ємно визначена*,
д) Функція $f(X)$ є увігнутою тоді, коли невід'ємні всі головні мінори матриці других частинних похідних, тобто *матриця позитивно визначена* і є *увігнутою*, коли матриця частинних похідних *від'ємно визначена*.

37. Необхідною умовою існування екстремуму в стаціонарній точці X^*є:
а) $\nabla f\left(X^*\right)=0$, б) $\nabla f\left(X^*\right)>0$, в) $\nabla f\left(X^*\right)<0$, г) $f\left(X^*\right)\neq 0$, д) $f\left(X^*\right)=0$

38. Матрицею Гессе $H(X)$ називається:

а) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & ... & \dfrac{\partial^2 f(X}{\partial x_1 \partial x_n} \\ 0 & \dfrac{\partial^2 f(X)}{\partial x_2^2} & ... & 0 \\ ... & ... & ... & ... \\ \dfrac{\partial^2 f(X}{\partial x_n \partial x_1} & 0 & ... & 0 \end{pmatrix}$,б) $\begin{pmatrix} \dfrac{\partial^2 f(X)}{\partial x_1^2} & 0 & ... & 0 \\ 0 & \dfrac{\partial^2 f(X)}{\partial x_2^2} & ... & 0 \\ ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & ... & \dfrac{\partial^2 f(X}{\partial x_n^2} \end{pmatrix}$,

в) $\begin{pmatrix} \dfrac{\partial^2 f(X)}{\partial x_1^2} & \dfrac{\partial^2 f(X}{\partial x_1 \partial x_2} & ... & \dfrac{\partial^2 f(X}{\partial x_1 \partial x_n} \\ -\dfrac{\partial^2 f(X}{\partial x_2 \partial x_1} & \dfrac{\partial^2 f(X)}{\partial x_2^2} & ... & \dfrac{\partial^2 f(X}{\partial x_2 \partial x_n} \\ ... & ... & ... & ... \\ -\dfrac{\partial^2 f(X}{\partial x_n \partial x_1} & -\dfrac{\partial^2 f(X}{\partial x_n \partial x_2} & ... & \dfrac{\partial^2 f(X}{\partial x_n^2} \end{pmatrix}$,

г) $\begin{pmatrix} -\dfrac{\partial^2 f(X)}{\partial x_1^2} & \dfrac{\partial^2 f(X}{\partial x_1 \partial x_2} & ... & \dfrac{\partial^2 f(X}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \dfrac{\partial^2 f(X}{\partial x_2 \partial x_1} & -\dfrac{\partial^2 f(X)}{\partial x_2^2} & ... & \dfrac{\partial^2 f(X}{\partial x_2 \partial x_n} \\ ... & ... & ... & ... \\ \dfrac{\partial^2 f(X}{\partial x_n \partial x_1} & \dfrac{\partial^2 f(X}{\partial x_n \partial x_2} & ... & -\dfrac{\partial^2 f(X}{\partial x_n^2} \end{pmatrix}$, д) $\begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f(X)}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f(X}{\partial x_1 \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f(X}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f(X}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f(X)}{\partial x_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 f(X}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial^2 f(X}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f(X}{\partial x_n \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f(X}{\partial x_n^2} \end{pmatrix}$

39. Нехай точка X^* стаціонарна. Для того, щоб точка X^* була точкою локального мінімуму, достатньо:

а) щоб матриця Гесса була негативно визначена (для точки максимуму – позитивно визначена; сідлова точка - невизначена),

б) щоб матриця Гесса була позитивно визначена (для точки максимуму і сідлової точки - невизначена),

в) щоб матриця Гесса була негативно визначена (для точки максимуму і сідлової точки - невизначена),

г) щоб матриця Гесса була позитивно визначена (для точки максимуму – від’ємно визначена; сідлова точка - невизначена),

д) щоб матриця Гесса була позитивно визначена (для точки максимуму – від’ємно визначена; сідлова точка – або позитивно, або негативно).

40. Для функції $f(x_1, \mathrm{x}_2) = \frac{2}{3}x_1^3 + \frac{1}{3}x_2^3 - x_1^2 x_2 - 5x_1 + x_1 x_2^2$:

а) $\frac{\partial f(x_1, \mathrm{x}_2)}{\partial x_1} = 2x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 x_2 - 5$,

б) $\frac{\partial f(x_1, \mathrm{x}_2)}{\partial x_1} = 2x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 x_2$,

в) $\frac{\partial f(x_1, \mathrm{x}_2)}{\partial x_1} = 2x_1^2 + x_2^2 - 5$,

г) $\frac{\partial f(x_1, \mathrm{x}_2)}{\partial x_2} = x_2^2 + x_1^2 + 2x_1 x_2$,

д) $\frac{\partial f(x_1, \mathrm{x}_2)}{\partial x_2} = x_2^2 - x_1^2 + 2x_1 x_2$.

41. Для функції $f(x_1, \mathrm{x}_2) = \frac{2}{3}x_1^3 + \frac{1}{3}x_2^3 - x_1^2 x_2 - 5x_1 + x_1 x_2^2$:

а) $\frac{\partial^2 f(X)}{\partial x_1^2} = 4x_1 + 2x_2$,

б) $\frac{\partial^2 f(X)}{\partial x_1 x_2} = 2x_2 - 2x_1$,

в) $\frac{\partial^2 f(X)}{\partial x_1 x_2} = \frac{\partial^2 f(X)}{\partial x_2 x_1} = 2x_2 - 2x_1$, г) $\dfrac{\partial^2 f(X)}{\partial x_1^2} = 4x_1 - 2x_2$,

д) $\dfrac{\partial^2 f(X)}{\partial x_2 x_1} = 2x_2 - 2x_1$.

42. Вказати матрицю Гессе, що відповідає точці мінімуму:

а) $H = \begin{pmatrix} -5.538 & 4.286 \\ 4.286 & 1.782 \end{pmatrix}$, б) $H = \begin{pmatrix} 5.538 & -4.286 \\ -4.286 & -1.782 \end{pmatrix}$,

в) $H = \begin{pmatrix} 6.1 & -2.25 \\ -2.25 & 5.45 \end{pmatrix}$, г) $H = \begin{pmatrix} -6.1 & 2.25 \\ 2.25 & -5.45 \end{pmatrix}$.

43. Вказати матрицю Гессе, що відповідає точці максимуму:

а) $H = \begin{pmatrix} -5.538 & 4.286 \\ 4.286 & 1.782 \end{pmatrix}$, б) $H = \begin{pmatrix} 5.538 & -4.286 \\ -4.286 & -1.782 \end{pmatrix}$,

в) $H = \begin{pmatrix} 6.1 & -2.25 \\ -2.25 & 5.45 \end{pmatrix}$, г) $H = \begin{pmatrix} -6.1 & 2.25 \\ 2.25 & -5.45 \end{pmatrix}$.

44. Вказати матрицю Гессе, що відповідає сідловій точці:

а) $H = \begin{pmatrix} -5.538 & 4.286 \\ 4.286 & 1.782 \end{pmatrix}$, б) $H = \begin{pmatrix} 5.538 & -4.286 \\ -4.286 & -1.782 \end{pmatrix}$,

в) $H = \begin{pmatrix} 6.1 & -2.25 \\ -2.25 & 5.45 \end{pmatrix}$, г) $H = \begin{pmatrix} -6.1 & 2.25 \\ 2.25 & -5.45 \end{pmatrix}$.

45. Вказати прямі методи пошуку точки екстремуму функції:

а) Ейлера, б)найшвидшого спуску, в)покоординатного спуску, г)Ньютона.

46. Зворотною матрицею до $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ є:

а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$, г) $\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & 4 \end{pmatrix}$, д) $\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$.

47. Зворотною матрицею до $\begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ є:

а) $\begin{pmatrix} \frac{1}{7} & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix} 0 & 7 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$, г) $\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{4} & 0 \end{pmatrix}$, д) $\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{7} & 0 \end{pmatrix}$.

48. Вкажіть результат обчислень $\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0{,}1489 & 0{,}213 \\ 0{,}213 & 0{,}0745 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 12 \\ 17 \end{pmatrix}$ є:

а) $\begin{pmatrix} -1{,}8511 \\ 1{,}4779 \end{pmatrix}$,б) $\begin{pmatrix} 1{,}8511 \\ 1{,}4779 \end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix} 1{,}8511 \\ -1{,}4779 \end{pmatrix}$, г) $\begin{pmatrix} -1{,}8511 \\ -1{,}4779 \end{pmatrix}$, д) $\begin{pmatrix} 2{,}8511 \\ 3{,}4779 \end{pmatrix}$.

49. Вказати непрямі методи пошуку точки екстремуму функції:

а) Ейлера, б)найшвидшого спуску, в)покоординатного спуску, г)Ньютона.

50. Функція Лагранжа для $f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$ за умов $x_1^2 + x_2^2 = 1$ має вигляд:

а) $L(X, \lambda) = x_1^2 + x_2^2 - 1 + \lambda(x_1 + x_2)$,

б) $L(X, \lambda) = x_1 - x_2 + \lambda(x_1^2 + x_2^2 - 1)$,

в) $L(X, \lambda) = x_1 + x_2 - \lambda(x_1^2 + x_2^2 - 1)$,

г) $L(X, \lambda) = x_1 + x_2 + \lambda(x_1^2 + x_2^2)$,

д) $L(X, \lambda) = x_1 + x_2 + \lambda(x_1^2 + x_2^2 - 1)$.