

УДК 622.625.28

ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА РЕЛЬСОВОГО ТОРМОЗА ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ИМПУЛЬСА МГНОВЕННОЙ СИЛЫ

Новицкий А.В.

Национальный горный университет, м. Днепропетровск

Введение. Одним из условий повышения эффективности эксплуатации локомотивной откатки является увеличение значения тормозной силы, реализуемой локомотивом. Это может быть достигнуто путем введения в конструкцию ходовой части элементов, обеспечивающих взаимодействие экипажа с рельсовым путем независимо от условий контакта колеса с рельсом – магниторельсовых систем, состоящих из рельсового магнитного тормоза и системы подвешивания. Использование магниторельсовых систем (МРС) позволяет улучшить тяговые и тормозные характеристики серийно выпускаемых локомотивов при минимальных изменениях конструкции [1].

Для снижения негативного влияния возмущений от несовершенств рельсового пути предложена конструкция тормозного блока МРС, состоящего из двух секций, соединенных поступательным шарниром [2]. Секции имеют возможность поступательного и углового перемещения в вертикальной продольной плоскости. Такая конструкция обеспечивает более стабильную площадь контакта тормоза с рельсом при прохождении неровностей рельсового пути. Для снижения динамических воздействий на шарнирный узел в конструкцию введены упругие элементы между фрикционами и корпусом тормозного блока.

Исследованиям динамической модели колебательной системы при ограничении перемещения массы жестким упором посвящено значительное количество работ, применительно к теории виброударных систем [3,4,5]. Вместе с тем в настоящее время практически отсутствуют работы, в которых представлены результаты исследований виброударных взаимодействий применительно к фрикционным системам. Это связано с тем фактом, что в современной триботехнике используют фрикционные пары, динамика которых, в основном, определяется скоростью принудительно-подвижного элемента, и фрикционные колебания рассматриваются с позиций механических релаксационных автоколебаний по форме близких к гармоническим.

В отличие от классического рассмотрения поведения механических систем (фрикционных пар), т.е. изучения поведения систем, в которых возбуждаются колебания по форме близкие к гармоническим и систем, в которых колебания имеют вид разрывных или релаксационных, в теории виброударных систем исследуются частоты соударений соизмеримые с собственными частотами взаимодействующих упругих систем, что является принципиально новым подходом к изучаемой проблеме.

Цель работы. Основной целью проведенных исследований является качественная и количест-

венная оценка параметров переходного процесса нелинейной динамической системы «шток-фрикцион» с целью определения зависимости характеристик упругого элемента от характеристик взаимодействия.

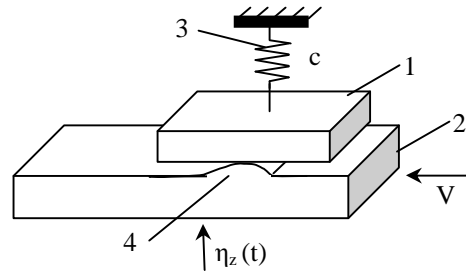


Рисунок 1 - Расчетная схема колебательной системы «фрикцион –шток»: 1 – фрикцион; 2 – шток; 3 – упругий элемент; 4 – фиктивная неровность.

Единичная неровность может быть представлена в виде:

$$I(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0 \\ 1 & \text{при } t > 0 \end{cases} \quad (1)$$

При прохождении секцией рельсового тормоза через неровность (1) на систему в течение малого промежутка времени действует возмущающая сила. Импульс мгновенной силы равен

$$S = \lim_{\tau \rightarrow 0} (P \cdot \tau)$$

Поскольку перемещения штока обусловлены неровностями рельсового пути, в качестве возмущающего воздействия введем фиктивную «неровность» поверхности штока, воздействие которой эквивалентно воздействию единичного скачка. С учетом вышеизложенного рассмотрим колебания системы, представленной на рис. 1.

Считая осциллятор консервативным, а удар фрикциона о поверхность штока (фиктивную неровность 4, обусловленную геометрическими несовершенствами рельса) упруго-пластичным: (с коэффициентом восстановления $R = 0,5$), запишем уравнение осциллятора в виде:

$$m\ddot{x} + cx = F \cos(\omega t + \varphi) \quad (2)$$

с краевыми условиями в виде:

$$\begin{aligned} & \text{при } t = 0 \quad x = \delta \quad \text{при } t = 2\pi/\omega_0 \quad x = \delta \\ & \dot{x} = \dot{x}_+ \quad \dot{x} = \dot{x}_- \end{aligned} \quad (3)$$

Перепишем уравнение (2) в виде неоднородного дифференциального уравнения:

$$\ddot{x} + k^2 x = a_p \cos(\omega t + \varphi), \quad (4)$$

где $a_p = \frac{F}{m}, k^2 = \frac{c}{m}$, ω - собственная частота колебаний.

Общее решение неоднородного линейного уравнения

(4) запишется в виде [4]:

$$x = c_1 \cos kt + c_2 \sin kt + a \cos(\omega t + \varphi), \quad (5)$$

где $a = \frac{a_p}{k^2 |1 - \eta^2|}$; $\eta = \frac{\omega}{k}$

В силу нелинейности уравнения (4), наряду с гармоническими частотами ω , в системе возможно существование субгармонических режимов с периодом, кратным периоду возбуждения (ℓ - кратность режима, \dot{x} и \dot{x}_+ - скорости до и после удара). Скорости \dot{x} и \dot{x}_+ связаны соотношением: $\dot{x}_+ = R \dot{x}$ где R - коэффициент восстановления, определяемый общей совокупностью параметров, отражающих условия соударения тел.

Подставляя граничные условия (3) в решение (5) определим произвольные постоянные c_1 и c_2 :

$$c_1 = a \cos \varphi, \quad c_2 = c_1 \operatorname{tg} \frac{\pi l}{\eta}$$

$$\sin \varphi = \frac{B \cdot D}{k \cdot a} \dot{x}, \quad \cos \varphi = \left(1 - \frac{D}{k \delta} \dot{x}\right) \frac{\delta}{a}, \quad (6)$$

где $B = \operatorname{tg} \frac{(\pi l / \eta)}{3 \eta}$; $D = \frac{3}{4} \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi l}{\eta}\right)$.

Для исследования колебательного режима необходимо определить основные параметры возмущающего воздействия - время соударения и силу, воздействующую на систему.

Исключая тригонометрические функции в равенствах (5) выразим величину скорости \dot{x} через параметры системы:

$$\dot{x} = \frac{\left(1 \pm \sqrt{1 - \left(1 - \frac{a^2}{\delta^2}\right) (1 + B^2)}\right) k \delta}{D(1 + B^2)}. \quad (7)$$

Представление о мгновенности акта соударения, принимаемое в предложенной Ньютоном упрощенной схеме удара, не позволяет определить силы взаимодействия между соударяющимися твердыми телами - формально эти силы получаются бесконечно большими. Для того чтобы найти основные параметры ударного взаимодействия, воспользуемся следующей схемой. Поскольку соударяющиеся тела имеют выступы, считаем, что деформации при ударе возникают только в зоне этих выступов, а так как соответствующие объемы материала относительно малы, то можно пренебречь массой деформируемых объемов. Если начальное касание тел происходит в одной точке, а расстояния между поверхностями тел вблизи этой точки описываются уравнением второго порядка, то связь между силой F и сближением соударяющихся тел x описывается формулами статической теории упругости, а именно формулой Герца:

$$F = \beta \cdot x^{\frac{3}{2}}$$

Данное равенство отражает нелинейную зависимость между силой и сближением тел.

$$\beta = \frac{2}{3 \cdot (1 - \mu)} E \sqrt{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}$$

где E - модуль упругости рельсовой стали; μ - коэффициент Пуассона; R_1, R_2 - геометрические характеристики взаимодействующих тел.

При таком подходе к решению данная задача приобретает полную определенность, а дополнительное соотношение, необходимое для составления полной системы уравнений, формулируется с помощью уравнений деформации.

Будем отсчитывать координаты центров поверхностей x_1 и x_2 от состояния, соответствующего моменту первого контакта, и совместим начало отсчета времени с этим моментом.

Уравнения движения обоих тел в этом процессе имеют вид:

$$m_1 \ddot{x}_1 = -F(x) \quad m_2 \ddot{x}_2 = F(x).$$

Исключив из этих уравнений координаты x_1 и x_2

и выразив ускорение в виде $\ddot{x} = v \frac{dv}{dx}$, где v - скорость, получим

$$v \frac{dv}{dx} + \frac{F(x)}{m} = 0.$$

При интегрировании выберем за начало отсчета времени мгновение контакта поверхностей, когда сближение x равно 0 (значения R_1 и R_2 максимальны), и относительная скорость сближения $v_{сбл} = 0$ (скорость движения секции рельсового тормоза максимальна).

Первое интегрирование дает:

$$\frac{1}{2} \dot{x}^2 = -\frac{1}{m_0} \int F(x) dx + C.$$

Это соотношение выражает закон сохранения энергии. В левой части стоит кинетическая энергия, потерянная при соударении, а в правой - потенциальная энергия, накопленная при сближении.

Постоянную C определяем по начальным условиям: при $t=0$ относительная скорость тел равна $v_0 = v_{20} - v_{10}$. Отсюда находим, что постоянная интегрирования $C = \frac{v_0^2}{2}$, и следовательно

$$\dot{x}^2 - v_0^2 = -\frac{2}{m_0} \int F(x) dx.$$

Из данного выражения можно определить наибольшее сближение тел и наибольшую ударную силу. Для этого нужно учесть, что в момент наибольшего сближения относительная скорость равна нулю ($\dot{x} = 0$) и, следовательно

$$v_0^2 = -\frac{2}{m} \int_0^{x_{max}} F(x) dx.$$

Следовательно,

$$x_{max} = \left(\frac{5 m v_0^2}{4 \beta}\right)^{\frac{2}{5}}.$$

Соответствующее наибольшее значение ударной

силы составляет

$$F_{max} = \beta \cdot x_{max}^3 = \beta^{\frac{2}{5}} \left(\frac{5mv_0^2}{4} \right)^{\frac{3}{5}} \quad (8)$$

Продолжительность соударения можно найти при помощи второго интегрирования:

$$\frac{dx}{dt} = \sqrt{v_0^2 - \frac{2}{m} \cdot \int_0^x F(x) dx}$$

Отсюда следует

$$\tau = 2 \int_0^{x_{max}} \frac{dx}{\sqrt{v_0^2 - \frac{2}{m} \cdot \int_0^x F(x) dx}} \quad (9)$$

Для определения закона движения фрикциона подставим граничные условия (3) в общее решение (5):

$$x(t) = \frac{\delta - a \cos \varphi}{\cos \pi l / \eta} \cos \left(\frac{\omega \tau - \pi l}{\eta} \right) + a \cos(\omega \tau + \varphi), \quad (10)$$

где l – кратность, определяемая отношением периода движения системы к периоду возбуждения [5]. Для получения оценки соотношения параметров колебаний, при которых реализуются режимы разной кратности l , подставим $a = \frac{a_p}{k^2 |1 - \eta^2|}$ в выра-

жение (3) и запишем выражение, с учетом (8), (9) при $R = 0,5$ в виде:

$$C_i \leq \frac{3a_p \cdot m_i}{(\pi l)^2 |\delta|}, \quad (10)$$

Полученная зависимость позволяет производить оценку величины жесткости (рис. 2, 3), гарантирующей подавление нежелательных виброударных процессов, обусловленных биением геометрических несовершенств поверхности штока о фрикцион.

Для получения аналитической зависимости $C_i = f(m)$ рассмотрим выражение (10). Разложив выражение в ряд Тейлора, получим зависимость жесткости от массы секции фрикциона в виде:

$$C_i = 0.2 \omega^2 \pi^2 m_i \left(\frac{\delta}{a} - 1 \right), \quad (11)$$

где a – амплитуда вынужденных колебаний фрикциона без ограничений, m_i – масса фрикциона.

Из формулы видно, что жесткость нелинейно зависит от частоты колебаний и линейно – от массы фрикциона.

Кроме жесткости, на параметры колебательного процесса влияет характер нелинейности упругой среды. Наибольшее распространение в нелинейных системах получили возрастающие («жесткие») и убывающие («мягкие») характеристики.

При исследовании нелинейной системы необходимо обосновать существование периодического движения и доказать его устойчивость.

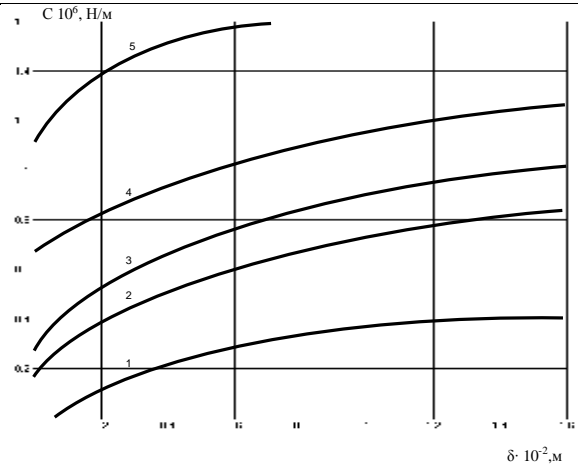


Рисунок 2 - Зависимость жесткости упругой среды от геометрических характеристик единичного скачка для различных значений силы прижатия: 1 – F=1 кН; 2 – F=1,5 кН; 3 – F=2 кН; 4 – 2,5 кН; 5 – 3 кН.

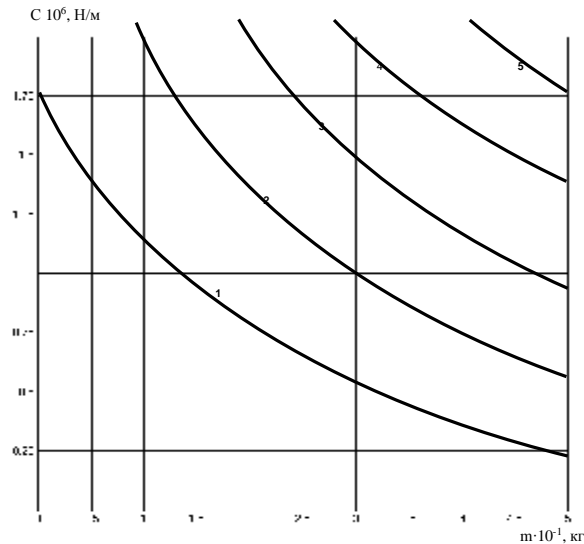


Рисунок 3 - Зависимость жесткости упругой среды от массы фрикциона для различных значений единичного скачка: 1 – $\delta=0,01$ м; 2 – $\delta=0,02$ м; 3 – $\delta=0,03$ м; 4 – $\delta=0,04$ м; 5 – $\delta=0,05$ м.

Одним из вариантов качественного исследования является метод фазовых характеристик, позволяющий определить существование устойчивых периодических решений.

Рассмотрим дифференциальное уравнение колебательной нелинейной консервативной системы:

$$m \ddot{x} + k^2 f(x) = 0 \quad (12)$$

Интегрируя уравнение (12), получим:

$$\frac{\dot{x}^2}{2} + k^2 \int_0^x f(x) dx = h \quad (13)$$

Полученное выражение является интегралом энергии, а его первое слагаемое – кинетической энергией, отнесенной к массе. Постоянная h определяется начальным запасом полной механической энергии системы. На фазовой плоскости уравнению (13) будет соответствовать два уравнения изображающей точки:

$$\frac{dx}{dt} = y; \quad \frac{dy}{dt} = -k^2 f(x).$$

После деления второго уравнения на первое и интегрирования, с учетом замены $\pi(x) = k^2 \int_0^x f(x) dx$ получим:

$$\frac{y^2}{2} + \pi(x) = h.$$

Рассмотрим варианты жесткой ($\gamma > 0$) и мягкой ($\gamma < 0$) характеристик упругой среды. Принимая различные значения γ , получим совокупность фазовых траекторий в виде континуумов эллипсов (рис.). В этом случае кривая потенциальной энергии

системы имеет изолированный минимум. При значении запаса энергии $h_0 = \pi(x) = 0$ фазовая траектория превратится в особую точку типа центра, которая будет соответствовать устойчивому равновесному положению системы. Можно сделать вывод, что при жесткой нелинейной характеристике упругой среды система будет совершать гармонические колебания, период и амплитуда которых будет зависеть от начальных условий, и при любых начальных условиях колебательные движения динамической системы будут устойчивы.

В случае, если упругая среда характеризуется мягкой нелинейной характеристикой, кривая потенциальной энергии имеет три экстремальных значения, или три особых точки: точка O , соответствующая изолированному минимуму, и точки Q_1, Q_2 соответствующие изолированному максимуму потенциальной энергии $\pi(z)$, равному h_0 . Замкнутые фазовые траектории характеризуют периодические движения нелинейной системы, зоны убегающих траекторий представляют собой зоны неустойчивых колебательных режимов, при которых имеет место

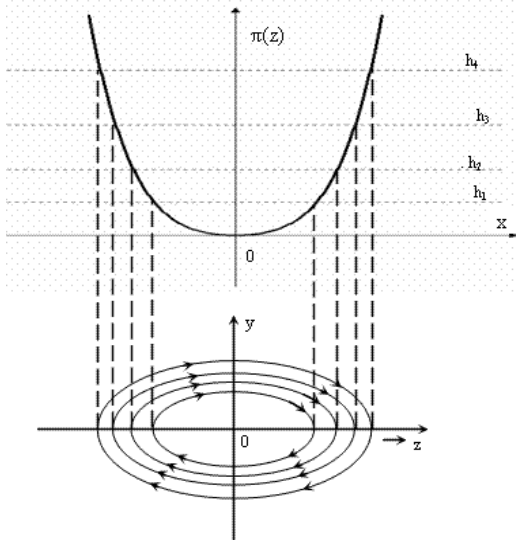


Рисунок 4 - Фазовая диаграмма колебаний системы с жесткой характеристикой упругого элемента

ударное взаимодействие секций рельсового тормоза при преодолении даже сравнительно небольших неровностей.

Вывод: в работе проведена качественная и количественная оценка параметров колебательного режима нелинейной динамической системы «шток-фрикцион». Получены зависимости жесткости упругой среды от геометрических характеристик единичного скачка и сил прижатия, гарантирующие подавление нежелательных виброударных процессов. Построены фазовые диаграммы колебаний системы с жесткой и мягкой характеристиками упругой среды, сделан вывод о необходимости применения в качестве упругого элемента материалов с жесткой характеристикой, т. к. они обеспечивают устойчивость колебательного процесса и снижают негативное влияние виброударных процессов в секциях рельсового тормоза.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.А. Салов, В.Н. Дорожкин. Рельсовые тормоза на постоянных магнитах // Промышленный транспорт – 1987. - № 7.
2. А.с. 1418438 СССР, МКИ В 61 С 15/04, ил. Устройство для увеличения нагрузки на оси рельсового транспортного средства/ В.А. Салов (СССР). – Оpubл. 07.09.88, Бюл. № 33
3. Пановко Я.Г., Губанов И.И. Устойчивость и колебания упругих систем. – 4-е изд., перераб. – М.: Наука, 1987. – 352 с.
4. Бабаков И.М. Теория колебаний. – М.: Наука, 1965. – 560 с.
5. Крагельский И.В., Добычин М.Н. основы расчета на трение и износ. – М.: Машиностроение, 1977. – 525 с.

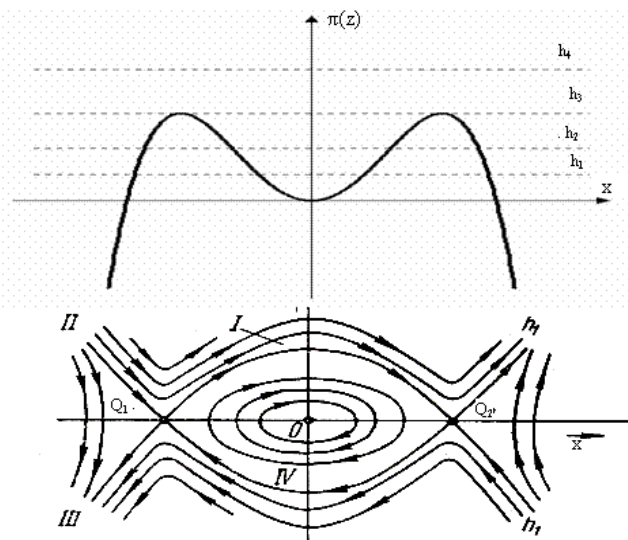


Рисунок 5 - Фазовая диаграмма колебаний системы с мягкой характеристикой упругого элемента

Статья поступила 10.01.06 г.
Рекомендовано к печати д.т.н., проф.
С.Е. Блохин