УДК 37

О ПРИОРИТЕТАХ В ИЗЛОЖЕНИИ РАЗДЕЛОВ ВЫСШЕЙ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ В ВУЗАХ НА СОВРЕМЕННОМ ЭТАПЕ

Киба И.И., Ляшенко В.П., Сапцин В.М.
Кременчугский государственный политехнический университет

Введение. Математика – одна из наиболее применяемых, в смысле приложений, областей человеческого знания. Традиционная программа по высшей математике для вузов в основном опирается на знания, которые накапливались веками, в лучшем случае десятилетиями. Изложение новых результатов, обычно сугубо прикладного характера, носит фрагментарный характер. Спецкурсы по математике часто отражают текущую «моду» или научные интересы авторов, и их роль и место в общей структуре математики не всегда обоснованы.

В условиях дефицита учебного времени, отводимого на изучение разделов высшей и прикладной математики в большинстве вузов, а также с учетом бурного развития и компьютеризации современной фундаментальной и прикладной математики, возникает проблема разумного баланса в изложении ее классических и новых результатов, общей структуры и деталей, базовых положений и приложений.

Цель работы. Целью данной работы является попытка проанализировать сложившуюся ситуацию и предложить некоторую методологию для выделения приоритетов в изложении разделов математики на современном этапе.

Материал и результаты исследования. Не смотря на относительную устойчивость, математика, как и всякое знание, имеющее фундаментальный, мировоззренческий и прикладной характер, по мере своего развития испытывает ряд трансформаций. Возникают новые направления, находят практическое приложение разделы, ранее относившиеся к «чистой» теории. С другой стороны, становятся «общим местом», переходят в разряд узкоспециальных или оказываются всего лишь фактом истории математические знания, ранее считавшиеся актуальными. Эти процессы имели место на протяжении всей истории развития математики и с той или иной степенью адекватности находили свое отражение в системе образования во все времена.

Однако главной особенностью современного этапа является относительно быстрая смена акцентов в характеристике практически каждого конкретного знания: «фундаментальное» – «прикладное» – «общеизвестное» – «из истории науки». Если 50-100 лет назад подобная смена происходила за десятилетия, то сейчас этот процесс может занимать всего лишь несколько лет, в том числе и в области математических дисциплин. Это означает, что смена приоритетов в оценке мировоззренческой значимости тех или иных разделов математики может происходить на протяжении активной части жизни одного поколения. Приведем некоторые примеры.

До недавнего времени n-мерное пространство с размерностью n больше трех рассматривалось как узкоспециальное математическое понятие с высоким уровнем абстракции. В начале 90-х годов появились многомерные базы данных, которые представляют информацию в виде n-мерного гиперкуба с числом измерений («характеристик») n до 15-20. Программа позволяет пользователю в реальном времени (не более 30 сек.) получать любой «срез» и любую «свертку» этого гиперкуба и, таким образом, проводить анализ информации в интересующем его аспекте. Это коммерческий продукт с хорошими перспективами, рассчитанный на широкий круг непрофессиональных (в смысле математики и программирования) потребителей.

Другой пример – расширение области приложения гармонического анализа. Благодаря появлению и реализации на компьютере быстрого одномерного и двумерного преобразования Фурье этот довольно таки специфический и трудоемкий аналитический метод исследования сигналов и изображений превратился в стандартный и широко распространенный инженерный инструмент. В его основе, как и в других разложениях по заданной базисной системе функций, лежит понятие абстрактного бесконечномерного функционального пространства.

Еще пример. Понятие оператора, в частности линейного, завуалировано и в различных формах вводится на протяжении курса высшей математики не один раз. Однако только их выделение в особый класс математических объектов и изучение его общих свойств позволяет наиболее компактно, доступно и естественно изложить основы квантовой механики (аналогичную роль в свое время сыграло дифференциальное и интегральное исчисление для ньютоновской механики). О том, насколько прочно «кванты», как технологическая и мировоззренческая идеология, вошли в современную жизнь, можно говорить достаточно долго.

Многочисленные примеры реализации весьма абстрактных и изощренных математических моделей и методов дает нам ежедневное общение с телевизором, компьютером, другой сложной профессиональной и бытовой техникой, наделенной «интеллектом». Фактически — это иллюстрация и популяризация достаточно серьезной математики, которая лежит в основе таких современных и динамично развивающихся научно-прикладных направлений как цифровая обработка изображений, распознавание образов, компьютерная графика, теория оптимального управления и теория игр, информатика, теория графов, теория языков и т. д.

Параллельно с вхождением абстрактных математических моделей и методов в повседневную практику имеет место и противоположный процесс. В частности, в современных инженерных приложениях уменьшается роль аналитических методов.

Так, в нынешней ситуации для студентов вузов, не специализирующихся в области прикладной математики, всестороннее овладение аналитическими методами вычисления определенных интегралов, решения дифференциальных уравнений, решения других прикладных математических задач вряд ли необходимо. Существует множество удобных пользовательских компьютерных программ, которые, к тому же, одинаково эффективно работают и в тех случаях, когда результат не имеет представления в элементарных функциях. Таких случаев в современной практике - подавляющее большинство.

Список примеров подобного рода, хотя они и не бесспорны, можно продолжить.

Для оптимизации процесса обучения и достижения его максимальной эффективности необходимо, чтобы базовые понятия и элементы классической математики, устоявшиеся или перспективные для современных приложений, включались в число обсуждаемых вопросов на возможно более ранней ступени образования. То обстоятельство, что сейчас понятия производной и интеграла впервые рассматриваются уже в средней школе, а информатика, которая по существу является одним из основных разделов прикладной математики, входит в число базовых школьных предметов - наглядное свидетельство того, что такой процесс имеет место. Однако границы этого процесса следует расширять.

Весьма и весьма непростым, с точки зрения аксиоматики, числовым множествам посвящена практически вся школьная программа по математике. В то же время не более сложным, однако, не менее важным для приложений линейным векторным пространствам, и «естественному» на современном этапе языку их описания – матричному, даже в высшей школе не уделяется должного внимания.

Дискретная математика, которая базируется на теории конечных числовых множеств, является основой для реализации любых математических (и не математических) моделей на современных ПК. В определённом смысле она является частью, логически более простой и менее абстрактной, непрерывной математики (базовые понятия последней – бесконечно малые и бесконечно большие величины – не имеют аналогов в природе). Было бы разумно сочетать изложение положений классической математики с формулировкой их дискретных аналогов – теории сепарабельных множеств.

Развитие современной математики и её приложения невозможно представить без ПК. Однако постичь богатство современных математических методов и успешно применять их на практике, используя только «язык чисел», невозможно. Нужны математические «языки» более высокого уровня, элементами которых могут являться упоминавшиеся выше вектора, матрицы, операторы и т.п.

В методическом плане изложение разделов математики можно рассматривать как сочетание двух крайних подходов – «исторического» и « аксиоматического». «Исторический» подход (не обязательно с датами и именами) основной упор делает на конструктивное изложение с движением по иерархии понятий «снизу вверх» и последующими обобщениями частных примеров. «Аксиоматический» подход предполагает абстрактное изложение исходных положений с движение по иерархии понятий «сверху вниз» и последующими иллюстрациями общих положений частными примерами.

Первый подход даёт более глубокое понимание предмета, но и требует большего времени. Второй подход сочетает краткость со строгостью, удобен для охвата широкого круга приложений, хотя и не всегда применим при изложении новых направлений с нерешёнными до конца проблемами.

Принято считать «аксиоматический» подход более абстрактным, однако это не совсем так. «Язык» любой области человеческого знания, в том числе и язык нашего обыденного общения, состоит из абстракций. Вопрос в том, подкреплена ли данная абстракция конкретного «языка» достаточным количеством иллюстраций, и как рано она начинает использоваться в жизни человека.

По мере расширения сферы применения результатов математических исследований следует, на наш взгляд, отдавать предпочтение «аксиоматическому» (в традиционном понимании) подходу, перенося центр тяжести «исторического» подхода, как более иллюстративного, на соответствующие специальные дисциплины.

При изложении учебного материала большое значение имеет учет уровня подготовленности однородности аудитории. Этому способствует многоуровневая система образования, элементы которой мы пытаемся реализовать, внедряя кредитно-трансферную систему обучения европейского типа.

Выводы. В соответствии с вышеизложенным, критерии для выбора приоритетов в курсах высшей и прикладной математики для вузов можно сформулировать следующим образом

- более широкое изучение фундаментальных положений теории на уровне базовых понятий и их взаимосвязей, с изложением основных направлений развития и перспектив;
- динамичное сочетание «исторического» и «аксиоматического» подходов, с критическим пересмотром и минимизацией первого в пользу второго;
- соблюдение разумного баланса между строгими доказательствами, качественными рассуждениями и просто констатацией известных математических фактов с учетом их мировоззренческой и прикладной значимости;
- ориентация на реальный уровень подготовки аудитории и учет степени ее однородности.

Результаты настоящей работы могут использоваться как методология при разработке рабочих программ по различным разделам математики.

Статья поступила 6.10.2006 г.
Рекомендовано к печати к.пед.н. Солошич И.А.