

УДК 621.001.891

**МОМЕНТИ СИЛ ТЕРТЯ КОНУСНОГО ВАРІАТОРА ПРИ НЕРІВНОМІРНОМУ РОЗПОДІЛІ ТИСКУ ВЗДОВЖ ЛІНІЇ КОНТАКТУ**

*Цілуйко Н.В. аспірант кафедри ВВК, Доценко В.Г. к.т.н., доц.  
Кременчуцький державний політехнічний університет ім. М.В. Остроградського  
39614, м. Кременчук, вул. Першотравнева, 20  
E-mail: nich@polytech.poltava.ua*

В статті приведені формули для определения моментів сил тертя конусного варіатора з жорстким проміжним елементом при еліптичному і параболічному законах розподілення тиску в зоні контакту фрикційних елементів в редукторному і регулювочному режимах роботи варіатора.

**Ключевые слова:** тиск, коефіцієнт сцеплення, лінія контакту.

In the article the formulas are resulted for determination of moments of forces of friction of cone variator with a hard intermediate element at the laws of distributing of pressure elliptic and parabolic in the area of contact of frictions elements in a reducing gear and regulation the modes of operations of variator.

**Keywords:** pressure, coefficient of rolling friction, line of contact.

**Вступ.** Конусні фрикційні варіатори з жорстким проміжним елементом знайшли широке застосування як виконавчі органи систем автоматичного регулювання швидкостей в різних галузях промисловості. Для забезпечення працездатності, високого к.к.д. і довговічності варіаторів на всіх режимах роботи, необхідно безпомилково визначати силову взаємодію фрикційних елементів. У загальному випадку, в результаті неточності виготовлення фрикційних елементів та їх збірки, а також у разі використання торіодального проміжного елемента, тиск уздовж лінії контакту розподіляється нерівномірно.

**Аналіз попередніх досліджень.** У роботі [1] проведені дослідження силових характеристик фрикційних варіаторів в редукторному режимі роботи без урахування нерівномірності розподілу тиску вздовж лінії контакту.

**Мета роботи.** Отримати аналітичну залежність для визначення моментів сил тертя конусного варіатора при різних режимах роботи і з урахуванням нерівномірності розподілу тиску вздовж лінії контакту.

**Матеріали і результати досліджень.** З урахуванням неточності виготовлення фрикційних елементів варіатора і його збирання, точно визначити закон розподілу тиску в зоні контакту фрикційних елементів не видається можливим. Тому розглянемо типові, найвірогідніші закони розподілу тиску. В першому наближенні шириною майданчика контакту нехтуємо.

1. Еліптичний закон розподілу тиску уздовж лінії контакту.

Для проведення досліджень виберемо на *i*-й лінії контакту дві рухомі системи координат (рис.1). Початок системи координат *X Y Z* співпадає з полюсом кочення  $P_i$  і разом з ним пересувається вздовж лінії контакту. Початок системи координат  $X_1 Y_1 Z_1$  співпадає з точкою  $D_i$ , в якій виникає максимальний тиск. Надалі цю точку називатимемо

полюсом тиску. В загальному випадку, полюс тиску може відповідати будь-якій точці лінії контакту *i*, зокрема, співпадати з полюсом кочення  $P_i$ .

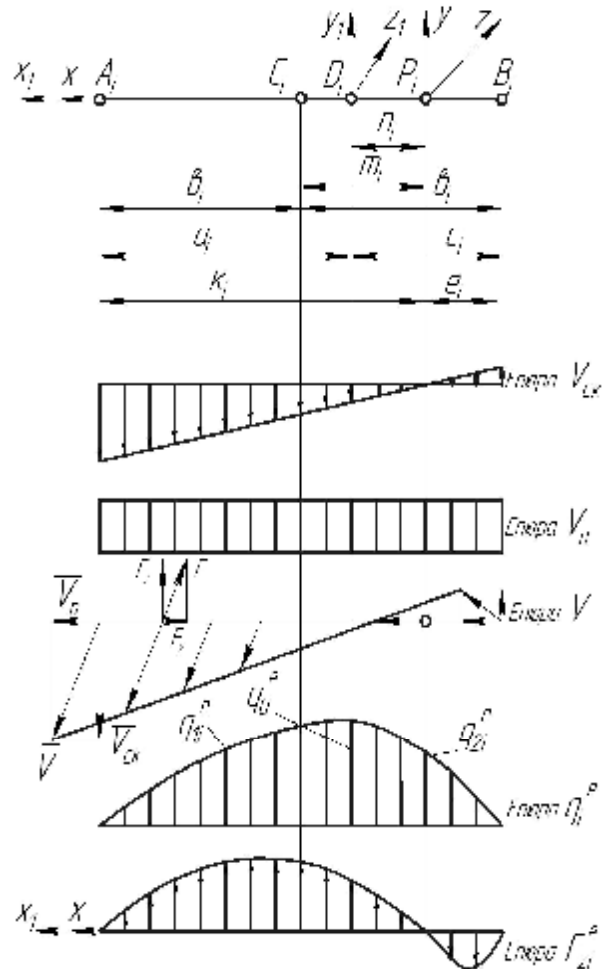


Рисунок 1 – Епюри розподілення швидкостей ковзання, тиску та складових сил тертя при еліптичному законі розподілу тиску уздовж лінії контакту

Апроксимуємо закон розподілу тиску на ділянці контактної лінії  $A_i D_i$  ділянкою еліпса вигляду:

$$q_{1i}^e = q_0^e \sqrt{1 - \frac{x_1^2}{a_i^2}}, \quad (1)$$

а на ділянці  $D_i B_i$  – ділянкою еліпса вигляду:

$$q_{2i}^e = q_0^e \sqrt{1 - \frac{x_1^2}{c_i^2}}. \quad (2)$$

У цьому випадку при зусиллі притискання фрикційних елементів  $Q$  величина максимального тиску  $q_0^e$  з урахуванням рівнянь (1), (2) визначиться з рівняння:

$$Q = \int_0^{a_i} q_0^e \sqrt{1 - \frac{x_1^2}{a_1^2}} dx_1 + \int_0^{c_1} q_0^e \sqrt{1 - \frac{x_1^2}{c_1^2}} dx_1. \quad (3)$$

Після інтегрування рівняння (3), відповідних підстановок і перетворень, отримаємо:

$$q_0^e = \frac{2Q}{p \cdot \epsilon_i}. \quad (4)$$

Рівняння, що зв'язують поточні координати точок контактної лінії, а також відповідні відрізки в системі координат  $D_i X_1 Y_1 Z_1$  і  $P_i X Y Z$  мають вигляд:

$$\begin{aligned} x_1 &= (x - n_i); \quad a_i = (k_i - n_i); \quad c_i = (e_i + n_i); \\ k_i &= (\epsilon_i + m_i); \quad e_i = (\epsilon_i - m_i), \end{aligned} \quad (5)$$

де  $n_i$  – відрізок контактної лінії в системі координат  $P_i X Y Z$ , що відповідає відстані між полюсами кочення і тиску.

Початкове рівняння для визначення результуючого моменту сил тертя з урахуванням рівнянь (5), (1), (2) запишеться у вигляді:

$$M \vec{i} = \frac{2Q f_i R_j}{p \cdot a_i \cdot \epsilon_i \cdot c_i} \times \left\{ \int_{n_i}^{a_i} \frac{c_i \sqrt{a_i^2 - (x - n_i)^2} \left[ \left(1 - \frac{m \sin d}{R_j}\right) x + x^2 \frac{\sin d}{R_j} \right]}{\sqrt{x^2 + d_i^2}} dx + \int_{e_i}^{c_i} \frac{a_i \sqrt{c_i^2 - (x - n_i)^2} \left[ \left(1 - \frac{m \sin d}{R_j}\right) x + x^2 \frac{\sin d}{R_j} \right]}{\sqrt{x^2 + d_i^2}} dx \right\} \quad (6)$$

де  $f_i$  – коефіцієнт тертя в  $i$ -й контактній зоні;  
 $R_j$  – радіус кола  $j$ -го фрикційного елемента, що відповідає середній точці лінії контакту;  
 $d_i$  – параметр, що має розмірність довжини і не залежний від координати  $x$  [1];  
 $d$  – половина кута конічності;  
 $m$  – координата полюса кочення відносно середньої точки лінії контакту;  
 решта величин та ж, що й в рівняннях (1)-(5).

Проінтегрувати рівняння (6) і виразити його в елементарних функціях не видається можливим. Тому інтеграли, що входять у це рівняння, при різних значеннях параметрів обчислювалися на ЕОМ за методом Симпсона з використанням стандартних програм.

Результати розрахунку коефіцієнтів зчеплення, залежно від параметра  $m$  при еліптичному законі розподілу тиску, приведені у вигляді кривих на рис.3, а значення параметрів, при яких проводився розрахунок відповідних кривих – в табл.1.

2. Параболічний закон розподілу тиску уздовж лінії контакту.

Для проведення досліджень вибираємо на  $i$ -й лінії контакту, як і у випадку еліптичного закону розподілу тиску, дві рухомі системи координат  $P_i X Y Z$  і  $D_i X_1 Y_1 Z_1$  (рис.2).

Апроксимуємо закон розподілу тиску на ділянці  $A_i D_i$  (рис.2) контактної лінії гілкою параболи вигляду:

$$q_{1i}^n = q_0^n \left( 1 - \frac{x_1^2}{a_i^2} \right) \quad (7)$$

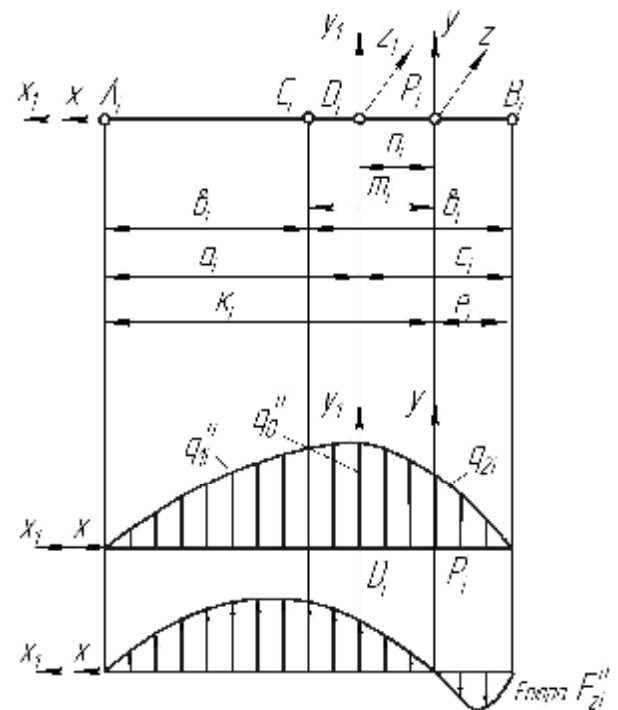


Рисунок 2 – Епюри розподілення швидкостей ковзання, тиску та складових сил тертя при параболическому законі розподілу тиску уздовж лінії контакту

При відомому зусиллі притискання фрикційних елементів  $Q$ , величина максимального тиску  $q_0^n$  з урахуванням (7), (8) визначиться з рівняння:

$$Q = q_0 \int_0^{a_i} \left( 1 - \frac{x_1^2}{a_i^2} \right) dx + q_0 \int_0^{c_i} \left( 1 - \frac{x_1^2}{c_i^2} \right) dx. \quad (9)$$

Після інтегрування рівняння (9) отримаємо:

$$Q = q_0 \left( \frac{2}{3} a_i + \frac{2}{3} c_i \right) = q_0 \cdot \frac{4b_i}{3}, \quad (10)$$

звідки

$$q_0^n = \frac{3Q}{4b_i}, \quad (11)$$

де  $b_i$  – половина довжини лінії контакту.

З урахуванням (5), початкове рівняння для визначення результуючого моменту сил тертя, прикладеного до  $j$ -го фрикційного елемента, запишеться у вигляді:

$$M_{nj} = q_0^n f_i \int_{e_i}^{n_i} \left[ \frac{\left( 1 - \frac{(x-n_i)^2}{(e_i+n_i)^2} \right) (r_j x + x^2 \sin d)}{\sqrt{x^2 + d_i^2}} dx + \right. \\ \left. + q_0^n f_i \int_{n_i}^{a_i} \left[ \frac{\left( 1 - \frac{(x-n_i)^2}{(k_i-n_i)^2} \right) (r_j x + x^2 \sin d)}{\sqrt{x^2 + d_i^3}} dx, \right. \right. \quad (12)$$

де  $f_i$  – коефіцієнт тертя в  $i$ -й контактній зоні;  
 $r_j$  – радіус кола чистого кочення  $j$ -го фрикційного елемента;  
 $d_i$  – параметр, що має розмірність довжини і незалежний від координати  $x$  [1];  
 $d$  – половина кута конічності;  
 решта величин та ж, що й в рівняннях (1)-(5).

З метою скорочення незалежних розрахункових параметрів при обчисленні коефіцієнта зчеплення  $j$ -го фрикційного елемента, розв'язок рівняння (12) подамо в безрозмірній формі:

$$K_{nj} = \frac{1}{4(1-U_i^2)^2} \times \left\{ F_i \left[ \begin{aligned} &4U_i(2\Delta_i^2 - h_i^2)\sqrt{D_i} - \\ &- e_i^2(2h_i^2 + 3h_i h_i + 2\Delta_i^2)\sqrt{T_i} + \\ &+ Q_i^2(2p_i^2 + 2D_i - 3h_i p_i)\sqrt{E_i} - \\ &- 3h_i \Delta_i^2 \left[ \begin{aligned} &e_i^2 \ln \frac{\sqrt{D_i} + h_i}{\sqrt{H_i} - a_i} + \\ &+ q_i^2 \ln \frac{\sqrt{E_i} + e_i}{\sqrt{D_i} + h_i} \end{aligned} \right] \end{aligned} \right\} + \quad (13)$$

$$\left. \left[ \begin{aligned} &h_i h_i (2h_i^2 + 23\Delta_i^2) \times (h_i + 2h_i) \sqrt{N_i} + \\ &+ e^2 \left[ \begin{aligned} &2h_i^2(3h_i + 4h_i) + \\ &+ \Delta_i^2(32h_i + 9a_i) \end{aligned} \right] \cdot T_i + \\ &+ q_i^2 \left[ \begin{aligned} &2e_i^2(3p_i^2 + 2h_i p_i - 1h_i^2) - \\ &- \Delta_i(41h_i - 9p_i) \end{aligned} \right] - \\ &+ \frac{S_i}{8} \left[ \begin{aligned} &-\sqrt{E} - 3\Delta_i^2 e_i^2 \times \\ &\times [4a_i(a_i + 2h_i) + 3\Delta_i^2] \times \\ &\times \ln \frac{\sqrt{D_i} + h_i}{\sqrt{T_i} - a} - 3\Delta_i q_i^2 \times \\ &\times [4p_i(p_i - 2h_i) + 3\Delta_i^2] \times \ln \frac{\sqrt{E_i} + e_i}{\sqrt{D_i} - h_i} \end{aligned} \right] \end{aligned} \right\}$$

де  $K_{nj} = \frac{M_{nj}}{Qf_i R_j}$  – безрозмірний коефіцієнт зчеплення;

$$F_i = (1 - m_i S_i); \quad U_i = (m_i - h_i);$$

$$h_i = n_i / e_i; \quad \Delta_i = d_i / e_i; \quad a_i = e_i / e_i;$$

$$e = [1 + (m_i - h_i)]; \quad h_i = (1 - m_i);$$

$$\sqrt{T_i} = \sqrt{a_i^2 - \Delta_i^2}; \quad q_i = [1 - (m_i - h_i)];$$

$$\sqrt{D_i} = \sqrt{h_i^2 + \Delta_i^2}; \quad \sqrt{E_i} = \sqrt{e_i^2 + \Delta_i^2};$$

$$\sqrt{H_i} = \sqrt{l_i^2 + d_i^2}; \quad \sqrt{N_i} = \sqrt{a_i^2 + A_i^2}.$$

Рівняння (13) при відомих геометричних і кінематичних параметрах варіатора дозволяє визначити коефіцієнт зчеплення як при регульовальному, так і при редукторному режимі роботи варіатора, а також визначити поточний момент сил тертя за формулою:

$$M_{nj} = K_{nj} \cdot Qf_i \cdot R_j. \quad (14)$$

З аналізу рівняння (13) випливає, що коефіцієнт зчеплення залежить від багатьох параметрів, головними з яких є координата полюса кочення (параметр  $m_i$ ), координата полюса тиску (параметр  $h_i$ ) і параметр  $D_i$ .

Таблиця 1 – Значення параметрів для розрахунку кривих

№ рис.	Номер кривої																	
	1			2			3			4			5			6		
Значення параметрів																		
рис.3	S	Δ	η	S	Δ	η	S	Δ	η	S	Δ	η	S	Δ	η	S	Δ	η
	0,07	0	μ+1	1,0	0	μ	0,07	0	μ	1,0	1,67	μ+1	0,07	1,67	μ+1	1,0	1,67	μ
рис.4	S	Δ	η	S	Δ	η	S	Δ	η	S	Δ	η	S	Δ	η	S	Δ	η
	1,0	0	μ-1	0,07	0	μ+1	0,07	0	μ	1,0	1,67	μ+1	0,07	1,67	μ+1	1,0	1,67	μ

На рис.4 показані криві зміни коефіцієнта зчеплення залежно від параметра  $\mu$ . Значення інших параметрів, при яких проводився розрахунок відповідних кривих, наведені в табл.1.

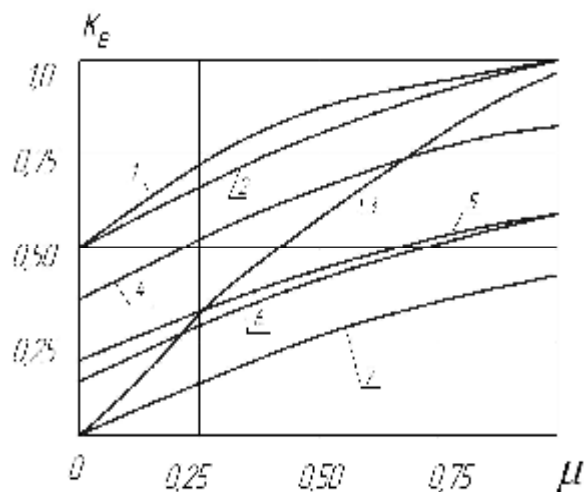


Рисунок 3 – Зміна коефіцієнтів зчеплення при еліптичному законі розподілу тиску та збігу полюсу тиску з середньою точкою лінії контакту

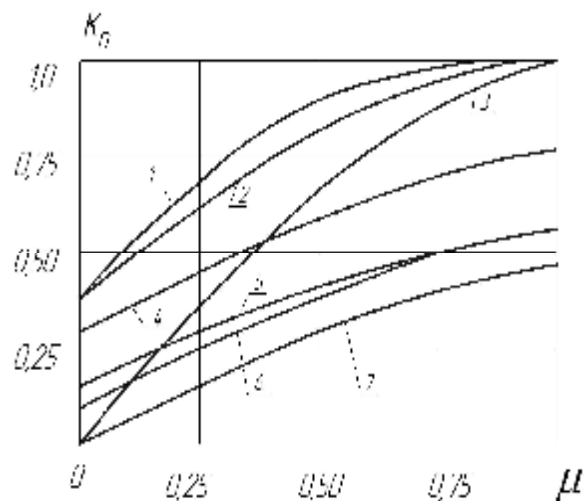


Рисунок 4 – Зміна коефіцієнтів зчеплення при параболічному законі розподілу тиску та збігу полюсу тиску з середньою точкою лінії контакту

**Висновки.** Проведені дослідження моментів сил тертя конусного варіатора при типових законах нерівномірного розподілу тиску вздовж лінії контакту показали, що при нерівномірному законі розподілу тиску вздовж лінії контакту та інших рівних умовах, величина коефіцієнта зчеплення в значній мірі залежить від положення полюса тиску і полюса кочення. У разі, коли полюс тиску співпадає із середньою точкою лінії контакту, значення коефіцієнтів зчеплення при розглянутих законах зміни тиску і різних режимах роботи варіатора досить близькі.

Відмінність граничних значень цих коефіцієнтів при регульовальному режимі роботи варіатора не перевищує 4,5%, а в редукторному режимі роботи дорівнює нулю.

Таким чином, при явно невідомому законі нерівномірного розподілу тиску вздовж лінії контакту при дослідженні силової взаємодії фрикційних елементів, доцільно використовувати параболічний закон розподілу тиску, який дозволяє в кінцевому вигляді отримати рівняння для визначення коефіцієнтів зчеплення при різних режимах роботи варіатора.

**БІБЛОГРАФІЧНІ ДАНІ**

1. Пронин Б.А., Ревков Г.А. Бесступенчатые и клиноремные передачи. – М.: Машиностроение, 1980. – 320 с.
2. Доценко В.Г., Щетинин В.Т. Анализ кинематических характеристик конусных вариаторов // Вісник КДПУ. - Вип.4(27). – Кременчук, 2004. – с.25-30

Стаття надійшла 31.05.2007 р.  
Рекомендовано до друку: д.т.н., проф.  
Саленком О.Ф.