

УДК 62.83

## ОПТИМИЗАЦИЯ ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ МЕТОДОМ N-і ПЕРЕКЛЮЧЕНИЙ РЕЖИМОВ МАЛЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ПОЗИЦИОННОГО ЭЛЕКТРОПРИВОДА

*Садовой А.В., д.т.н., проф., Дерез А.Л., к.т.н., доц.*

*Днепродзержинский государственный технический университет*

*51918, г. Днепродзержинск, ул. Днепростроевская, 2*

*E-mail: [sadovoy@dstu.dp.ua](mailto:sadovoy@dstu.dp.ua)*

В роботі отримано співвідношення заданої величини переміщення та параметрів релейної системи регулювання, які забезпечують оптимальний за швидкістю перехідний процес позиційного електроприводу.

**Ключові слова:** ковзний режим, метод N-і переключень.

The paper presents the ratio for given motion and parameters of the relay control system, which provides time-optimal transient for servo-drive applications.

**Keywords:** sliding mode, “N-i switching” method.

**Введение.** Релейная система с каскадно-подчиненным включением регуляторов способна обеспечить оптимальный по быстродействию переходный процесс в условиях ограничения промежуточных координат позиционного электропривода. Величина обрабатываемого скачка положения рабочего органа имеет определяющее влияние на форму траекторий такого процесса. В свою очередь, расчетные траектории используются при определении параметров регуляторов систем оптимального управления. Поэтому быстродействие системы с фиксированными настройками, выполненными для режима больших перемещений, заметно снижается при обработке малых и средних перемещений.

**Анализ предыдущих исследований.** Для оптимизации по быстродействию технически простых релейных систем подчиненного регулирования с линейными функциями переключения в условиях достижения всеми переменными состояния уровней ограничения разработан метод N-і переключений [1, 2]. В работах [3, 4] была выполнена модификация данного метода для еще одного частного случая оптимального процесса, свойственного системе со сравнительно медленным внутренним контуром.

**Цель работы.** Распространение микропроцессорных средств управления электроприводами делает актуальной разработку способов адаптации регуляторов, синтезированных методом N-і переключений, к изменению условий течения переходных процессов. Предпосылкой к успешному функционированию адаптивной системы служит предельная простота расчетов, выполняемых при синтезе данным методом, что допускает модификацию настроек регуляторов в реальном времени. Целью работы является разработка алгоритма оптимизации режима малых перемещений релейной системы на основании величины заданного перемещения.

**Материал и результаты исследования.** Динамика позиционного электропривода описывается системой дифференциальных уравнений

$$\left. \begin{aligned} p\varphi = \omega; p\omega = \varepsilon = \frac{k_p \cdot c}{J} \cdot (i - i_c) \\ p\varepsilon = a = \frac{k_p \cdot c}{J} \cdot \frac{u - R \cdot i - c \cdot \omega}{L} \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

где  $\varphi, \omega, \varepsilon, a$  - соответственно угловые положение, скорость, ускорение и рывок исполнительного вала,  $u$  - напряжение преобразователя;  $k_p, R, L, J, c = k\Phi$  - параметры электромеханической системы.

В режиме малых перемещений единственной координатой, достигающей уровня ограничения, является рывок, или N-я производная положения, где  $N=3$  - порядок системы. На рисунке 1 представлены типовые временные диаграммы, отвечающие данным условиям протекания оптимального переходного процесса. Напомним, что в методе N-і переключений [1] принимается допущение о постоянстве N-й производной выходной координаты на интервалах постоянства управляющего воздействия.

Величины, обозначенные на рисунке 1 как максимальные, являются для рассматриваемого режима не уровнями ограничения, а наибольшими достигаемыми в переходном процессе значениями. В отличие от режима больших перемещений, эти значения не предопределены к началу переходного процесса, а целиком зависят от величины скачка задающего воздействия. Благодаря исключительно простому виду расчетной траектории (рис. 1) и неизменности ее формы во всем диапазоне малых перемещений может быть установлена однозначная аналитическая связь между величиной обрабатываемого скачка положения и максимумами промежуточных координат, кото-

рыє, в свою очередь, являются исходными данными для синтеза регуляторов.

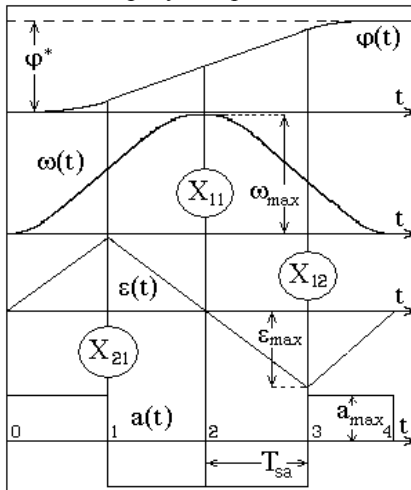


Рисунок 1 – Траектории режима малых перемещений

Разобьем траекторию оптимального по быстродействию процесса отработки малого перемещения  $\varphi^*$  на четыре участка, границы которых на рис. 1 отмечены точками 0 - 4. Благодаря допущению о стабилизации рывка на интервалах  $T_{sa}$  на уровнях  $\pm a_{max}$ , значения переменных состояния в точках 1 - 4 рассчитываются как суммы ряда Тейлора с конечным числом членов.

При нулевых начальных условиях значения вектора

состояния в точке 1 составят:  $\omega_1 = a_{max} \cdot \frac{T_{sa}^2}{2}$ ;

$$\epsilon_1 = \epsilon_{max} = a_{max} \cdot T_{sa}; \quad \varphi_1 = a_{max} \cdot \frac{T_{sa}^3}{6}.$$

Значения вектора состояния в точке 2 :

$$\omega_2 = \omega_1 - a_{max} \cdot \frac{T_{sa}^2}{2} + \epsilon_{max} \cdot T_{sa},$$

$$\epsilon_2 = \epsilon_{max} - a_{max} \cdot T_{sa} = 0;$$

Тогда, с учетом  $\epsilon_{max} = a_{max} \cdot T_{sa}$ , имеем :

$$\omega_2 = a_{max} \cdot T_{sa}^2;$$

$$\varphi_2 = \varphi_1 + \omega_1 \cdot T_{sa} + \epsilon_{max} \cdot \frac{T_{sa}^2}{2} - a_{max} \cdot \frac{T_{sa}^3}{6},$$

с учетом  $\omega_1 = a_{max} \cdot \frac{T_{sa}^2}{2}$ ,  $\epsilon_{max} = a_{max} \cdot T_{sa}$ , получим:

$$\varphi_2 = a_{max} \cdot T_{sa}^3.$$

Продолжив интегрирование с помощью аналогичных выкладок, найдем величину углового перемещения  $\varphi_4 = 2 \cdot a_{max} \cdot T_{sa}^3$  в конечной точке оптимального по быстродействию переходного процесса, которую будем считать равной заданной величине скачка  $\varphi^*$ . Отсюда для любого изменения входного сигнала  $\varphi^*$ , принадлежащего диапазону малых перемещений привода

$-\varphi_{мп} \leq \varphi^* \leq \varphi_{мп}$ , может быть определена длительность интервала

$$T_{sa} = \sqrt[3]{\frac{|\varphi^*|}{2 \cdot a_{max}}}, \quad (2)$$

через которую, как было выше показано, в достаточно компактной форме выражаются переменные состояния в точках скачкообразных изменений рывка 1 - 4 (рис. 1), соответствующих точкам переключения регуляторов.

Релейная система управления позиционным электроприводом (1) с каскадно-подчиненным включением регуляторов реализует алгоритмы:

$$\left. \begin{aligned} u_{pp} &= \omega^* = \omega_{max} \cdot \text{sign}(\varphi^* - \varphi - K_{\varphi\omega} \cdot \omega - K_{\varphi\epsilon} \cdot \epsilon) \\ u_{pc} &= \epsilon^* = \epsilon_{max} \cdot \text{sign}(\omega^* - \omega - K_{\omega\epsilon} \cdot \epsilon) \\ u_{py} &= u^* = U_{max} \cdot \text{sign}(\epsilon^* - \epsilon) \end{aligned} \right\} (3),$$

где символом \* отмечены заданные значения соответствующих переменных, как входные, так и формируемые регуляторами.

Для синтеза оптимального по быстродействию регулятора положения методом N-i переключений необходимо решить систему двух линейных алгебраических уравнений для двух неизвестных коэффициентов обратных связей  $K_{\varphi\omega}$ ,  $K_{\varphi\epsilon}$ :

$$\left. \begin{aligned} \Delta\varphi_{11} - K_{\varphi\omega} \cdot \omega_{11} - K_{\varphi\epsilon} \cdot \epsilon_{11} &= 0 \\ \Delta\varphi_{12} - K_{\varphi\omega} \cdot \omega_{12} - K_{\varphi\epsilon} \cdot \epsilon_{12} &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (4)$$

Эти уравнения составляются для двух характерных точек  $X_{11}$ ,  $X_{12}$  оптимальной переходной траектории. Переключение регулятора положения в этих точках задаст соответственно начало торможения и начало стопорения привода.

Для оптимизации по быстродействию регулятора скорости системы (3) следует найти коэффициент  $K_{\omega\epsilon}$  обратной связи по ускорению, обеспечивающий переключение регулятора в характерной точке  $X_{21}$  оптимальной траектории, соответствующей началу сброса ускорения при завершении разгона. Для этого следует решить уравнение

$$\Delta\omega_{21} - K_{\omega\epsilon} \cdot \epsilon_{21} = 0, \quad (5)$$

получаемое из условия переключения регулятора скорости в характерной точке  $X_{21}$ .

Подставив найденные выше при выполнении интегрирования значения фазовых координат в точке переключения 1, которая соответствует характерной точке  $X_{21}$ , равные  $\epsilon_{21} = \epsilon_1 = \epsilon_{max} = a_{max} \cdot T_{sa}$ ;

$$\Delta\omega_{21} = \omega_1 = a_{max} \cdot \frac{T_{sa}^2}{2}, \quad \text{в уравнение (5), получим}$$

$$a_{max} \cdot \frac{T_{sa}^2}{2} - K_{\omega\epsilon} \cdot a_{max} \cdot T_{sa} = 0, \quad \text{откуда найдем}$$

$$K_{\omega\epsilon} = \frac{T_{sa}}{2}. \quad (6)$$

Подставив значения фазовых координат в точках 2, 3, соответствующих характерным точкам  $X_{11}, X_{12}$ ,

$$\text{равные } \omega_{12} = \omega_3 = \omega_1 = a_{\max} \cdot \frac{T_{sa}^2}{2};$$

$$\varepsilon_{12} = \varepsilon_3 = -a_{\max} \cdot T_{sa}; \quad \omega_{12} = \omega_3 = \omega_1 = a_{\max} \cdot \frac{T_{sa}^2}{2};$$

$$\Delta\varphi_{12} = \varphi^* - \varphi_3 = \varphi_1 = a_{\max} \cdot \frac{T_{sa}^3}{6};$$

$$\varepsilon_{11} = 0; \quad \omega_{11} = \omega_2 = a_{\max} \cdot T_{sa}^2;$$

$$\Delta\varphi_{11} = \varphi^* - \varphi_2 = \varphi_2 = a_{\max} \cdot T_{sa}^3;$$

в систему (4), получим

$$\left. \begin{aligned} a_{\max} \cdot T_{sa}^3 - K_{\varphi\omega} \cdot a_{\max} \cdot T_{sa}^2 &= 0 \\ a_{\max} \cdot \frac{T_{sa}^3}{6} - K_{\varphi\omega} \cdot a_{\max} \cdot \frac{T_{sa}^2}{2} + K_{\varphi\varepsilon} \cdot a_{\max} \cdot T_{sa} &= 0 \end{aligned} \right\}.$$

Из первого уравнения найдем

$$K_{\varphi\omega} = T_{sa}. \quad (7)$$

Подставив  $K_{\varphi\omega}$  во второе уравнение, получим

$$a_{\max} \cdot \frac{T_{sa}^3}{6} - T_{sa} \cdot a_{\max} \cdot \frac{T_{sa}^2}{2} + K_{\varphi\varepsilon} \cdot a_{\max} \cdot T_{sa} = 0,$$

откуда найдем

$$K_{\varphi\varepsilon} = \frac{T_{sa}^2}{2} - \frac{T_{sa}^2}{6} = \frac{T_{sa}^2}{3}. \quad (8)$$

Формулы (6 – 8) демонстрируют зависимость коэффициентов обратных связей исключительно от длительности интервалов постоянства рывка на расчетной траектории, которая, в свою очередь, однозначно связана с величиной обрабатываемого перемещения согласно (2).

Наряду с расчетом коэффициентов обратных связей, перенастройка системы (3) на малое перемещение требует также присвоения уровням ограничения промежуточных координат новых значений

$$\varepsilon_{\max} = a_{\max} \cdot T_{sa}; \quad \omega_{\max} = a_{\max} \cdot T_{sa}^2, \quad (9)$$

связанных с величиной  $\varphi^*$ .

Максимальный расчетный уровень рывка определяется амплитудой управляющего воздействия и не подлежит изменению. Его величина используется в (2) и должна быть рассчитана предварительно с учетом предельных уровней внутренних обратных связей в системе (1).

Окончательно алгоритм адаптации релейной системы подчиненного регулирования к осуществлению малого перемещения произвольной величины в соответствии с расчетной оптимальной по быстродействию траекторией сводится к выполнению последовательности вычислений по формулам: (2), (6), (7), (8), (9), причем сама траектория и корни (4), (5) в явном виде не рассчитываются.

Возможность однозначного выражения всех коэффициентов обратных связей системы (3) через единый параметр  $T_{sa}^2$  позволяет аналитически выполнить оценку устойчивости скользящих режимов регуляторов, настроенных на оптимальную по быстродействию обработку малых перемещений.

Очевидно, что скользящий режим подсистемы регулирования скорости устойчив, поскольку характеристическое уравнение:

$$K_{\omega\varepsilon} \cdot p + 1 = 0$$

всегда имеет отрицательный корень благодаря положительному значению  $K_{\omega\varepsilon}$ , рассчитываемому согласно (6). Характеристическое уравнение регулятора положения

$$\frac{T_{sa}^2}{3} \cdot p^2 + T_{sa} \cdot p + 1 = 0$$

всегда имеет комплексно сопряженные корни с отрицательной действительной частью

$$p_{1,2} = -\frac{3}{2 \cdot T_{sa}} \pm j \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot T_{sa}}.$$

Для регуляторов, синтезированных методом N-i переключений, характерно вхождение в скользящий режим в малой окрестности точки равновесия, что делает несущественной колебательность квазиустановившегося движения системы управления.

Результаты настройки регуляторов данным методом на отработку переходных режимов с более сложными оптимальными траекториями проверяются на предмет устойчивости скользящих режимов только численно.

**Выводы.** Предложенный в виде последовательности вычислений по формулам (2), (6-9) алгоритм определения параметров релейной системы подчиненного регулирования как функций задающего воздействия может быть использован для настройки позиционного электропривода на оптимальную по быстродействию обработку произвольного малого перемещения с обеспечением устойчивого скользящего режима в статике. В контексте метода N-i переключений расчет характерных точек переключений релейных регуляторов служит вспомогательным элементом оригинальной процедуры определения параметров замкнутой по вектору состояния системы на основании желаемого вида ее временной характеристики.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ДАННЫЕ

1. Садовой А.В., Дерез А.Л. Оптимизация по быстродействию релейных систем подчиненного регулирования методом N-i переключений. // Вестник НТУ ХПИ. Серия «Электротехника, электроника, электропривод», "Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика" – Харьков, 2004, №43. – С. 53 - 56.
2. Садовой А.В., Дерез А.Л. Параметрический синтез позиционных релейных систем подчиненного регулирования методом N-i переключений. // Вестник НТУ ХПИ. Серия «Электротехника, электроника, электропривод», "Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика" – Харьков, 2005, №45. – С. 71 - 73.
3. Садовой А.В., Дерез А.Л. Рациональное ограничение ускорения электроприводов, синтезируемых методом N-i переключений. // Вестник КГПУ. Выпуск 3/2006 (38), Кременчуг, 2006. – с. 21-22.
4. Садовой А.В., Дерез А.Л. Ограничение рывка в системе управляемый преобразователь-двигатель при оптимизации по быстродействию. – В тематическом выпуске "Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика" межведомственного научно-технического сборника «Электромашиностроение и электрооборудование», - Киев, Техника, 2006. – С. 64-65.

Стаття надійшла 30.04.2007 р.