

УДК 621.3.013/621.313

О РАЗРАБОТКЕ ФИЗИЧЕСКИ СОДЕРЖАТЕЛЬНОГО ПОДХОДА К АНАЛИЗУ СИЛОВЫХ И ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ЭЛЕМЕНТАХ МАГНИТОПРОВОДОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН

Демидюк Б.М.

ЗАО «Укратомэнергострой»

Кузьмин В.В., д.т.н., проф., Шпаченко В.С.

НИИ «Электротяжмаш»

61055, г. Харьков, пр-т Московский, 299

E-mail: kuzmin@spetm.com.ua

У статті виконаний аналіз сучасних підходів до розрахунку енергетичних і силових процесів в елементах магнітопроводів електричних машин. Виявлено причини фізичної беззмістовності концепції нагромадження потенційної енергії в магнітному полі контурів зі струмом. Зазначено на необхідність перегляду основних положень магнітостатики, зокрема, шляхом повернення до розрахунку силових взаємодій на основі класичних законів Ампера й Лоренца.

Ключові слова: магнітостатика, потенційна енергія, сили.

The analysis of modern approaches to calculate power and force in the components of electrical machines magnetic cores is carried out in the article. The causes of physical emptiness of the idea of potential energy accumulation in the magnetic field of current circuits is shown up. It is emphasized the necessity for revision of magnetostatics main principles by means of return to calculation of force interactions on the basis of classic Ampere and Lorentz laws.

Key words: magnetostatics, potential energy, forces.

Введение. Энергетические и силовые параметры активной зоны являются той физической основой, на которой ведется создание и эксплуатация электрических машин с заданными рабочими характеристиками. В центре этой проблемы находится ряд прикладных задач по расчету этих параметров, в первую очередь, – применительно к элементам магнітопровода, представляющего основной узел активной зоны – усилитель токовых взаимодействий обмоток. Методическую основу таких расчетов магнитных цепей для промышленной частоты (равно как и для постоянного тока) составляет раздел ТОЭ, называемый магнітостатикой.

К сожалению, современная теория магнітостатики представляет собой весьма противоречивую смесь подходов классической физики XIX века с эмпирическими соотношениями, а также незавершенными разработками теории поля XX века, что затрудняет решение ряда актуальных проблем, которые возникли, в частности, при эксплуатации мощных быстроходных турбогенераторов на ТЭС и АЭС.

Цель работы. Анализ причин, приводящих к отмеченным выше недостаткам в области магнітостатики, и разработка предложений по выходу из сложившейся ситуации.

Материал и результаты исследования.

1. Методы анализа энергетических процессов.

Рассмотрим существующие подходы к расчету потенциальной энергии магнитного поля (МП), запасаемой в отдельном токоведущем контуре, находящемся в среде (воздухе) с $\mu = 1$.

Один из наиболее общих и физически непротирочивых методов расчета энергии W МП основан на использовании параметра индуктивности L электрической цепи (контур) с током I :

$$W = \frac{1}{2} LI^2, \quad (1)$$

где $L = \Phi / I$; Φ – магнитный поток контура.

В дальнейшем для контура, размеры поперечного сечения которого малы, была введена зависимость для W на базе поля векторного потенциала \vec{A} и векторе плотности тока \vec{j} :

$$W = \frac{1}{2} \int_V \vec{A} \cdot \vec{j} dV, \quad (2)$$

где V – объем пространства, по которому ведется интегрирование.

Последние соотношения при упомянутых условиях тождественно равны (1), поскольку

$$\int_V \vec{A} \cdot \vec{j} dV = \int_V (\vec{A} \cdot \vec{j}) \cdot (\vec{ds} \cdot \vec{dl}) = I \int_1 \vec{A} \cdot \vec{dl} = I\Phi = LI^2,$$

где dS – площадь поперечного сечения; dl – элемент длины проводника с током.

В дальнейшем, И.Е. Тамм [1], следуя концепции «близкодействия», вводит чисто полевой вариант

$$W = \frac{1}{2} \int_V \vec{B} \cdot \vec{H}, \quad (3)$$

где \vec{B} и \vec{H} – векторы индукции и напряженности магнитного поля, созданного контуром.

При этом авторы фундаментальных учебников по ТОЭ расходятся в трактовке физического содержания перечисленных зависимостей для определения W . По (1) – от «энергия запасается в системе электрических цепей» [2, 3] до «энергия запасается в магнитном поле» [3, 4]. Последнее суждение, по видимому, возникло вследствие того, что расчет индуктивностей [5] ведется полевыми методами. Физический смысл (2) не комментируется, рассматривая это соотношение как этап перехода к (3) – чисто полевому представлению энергии, распределенной во всем пространстве, где существует МП.

Учитывая, что вопрос о том, где запасается энергия в контуре с током – в нем самом или во внешнем МП – носит принципиальный характер, поиск физически содержательного ответа на него может и должен послужить отправным пунктом для решения рассматриваемой проблемы.

Предваряя более детальный анализ, который будет изложен ниже, отметим следующие моменты, вызывающие сомнение в корректности чисто полевого толкования энергии МП согласно (3).

Во-первых, как верно отмечал в свое время Р. Фейнман: «мы не имеем никаких оснований приписывать энергию к определенной точке пространства».

Во-вторых, в [6] нами показано, что при запасании как электростатической, так и магнитной энергии в поле, неразрешимой проблемой встает процесс возврата энергии в электрическую цепь.

Энергия электростатической системы – это потенциальная энергия кулоновского взаимодействия группы зарядов, которые удерживаются в состоянии искусственного равновесия на поверхности заряженного тела под действием «сторонних» сил.

Аналогичная ситуация складывается и с энергией магнитного поля, якобы распределенной в пространстве вокруг проводника с током.

В случае сверхпроводящего индуктивного накопителя при его разряде проникновение магнитного поля в сверхпроводник исключается. Как же тогда объяснить процедуру возврата энергии из внешнего магнитного поля? Ответ прост: нет никаких запасов энергии магнитного поля вне проводника с током. Эта энергия сосредоточена внутри токоведущей части, механизм ее накопления сходен с предыдущим случаем.

В-третьих, объем пространства V , в котором запасается энергия W , согласно (2) совершенно однозначно ограничивается областью существования j , отличной от нуля, т.е. токоведущим контуром, вне которого никаких запасов энергии существовать не может.

Наконец, в-четвертых, если для тороидального соленоида, размеры поперечного сечения которого малы в сравнении с радиусом его вращения, выражения для W по (1) и (3) случайно совпадают (что не дает никаких оснований для распространения этого равенства на соленоиды или контуры с током

иной формы, как это утверждается в [4]), то, например, для бесконечно длинного провода с током I энергия W выражается принципиально различными соотношениями:

$$\text{по выражению (1) } W_1 = \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi} \ln\left(0.94 \frac{l}{r}\right),$$

$$\text{по выражению (3) } W_3 = \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi} \ln\left(\frac{X}{r}\right),$$

где r и l – радиус и длина проводника; X – радиальная координата в пространстве.

Отношение этих зависимостей

$$\frac{W_3}{W_1} = \ln\left(\frac{X}{0.94l}\right) \quad (4)$$

логарифмически расходится.

2. Методы расчета силовых взаимодействий.

Наиболее архаичным подходом к расчету сил в магнитостатике является метод магнитных зарядов, который еще встречается в технической литературе. Так как расчеты по этому методу резко расходятся с опытными данными [4], на нем мы останавливаться не будем.

В качестве альтернативы в [4] предлагается использовать метод, основанный на учете действия поля рассеяния в зазоре на связанные или реальные токи. С одной стороны, этот подход не выдерживает критики вследствие того, что поле рассеяния создается обоими элементами магнитопровода, а «самодействие» в современной физике исключается. С другой, – при отсутствии зазора рассеяние исчезает, а силы остаются.

Наиболее широкое распространение получил метод расчета сил, основанный на энергетических соображениях, когда силы определяются в функции производной от энергии МП, запасенной в воздушном зазоре. Но если, как будет показано далее, энергия МП запасается в токовых контурах, а не в поле, то область использования такого подхода становится ограниченной. Например, его невозможно использовать для расчета сил в замкнутых магнитопроводах, не имеющих воздушных зарядов.

Четвертый подход сводится к определению сил на базе расчета тензора магнитных напряжений в свободном пространстве [8]. Несмотря на удовлетворительные практические результаты в решении ряда прикладных задач, метод также не является универсальным.

К примеру, его невозможно использовать для расчета механических напряжений в элементах замкнутого тороида (бесконечно длинного соленоида), не имеющих “свободного пространства”, т.е. воздушных зазоров.

Наконец, по непонятным причинам, весьма редко используются универсальный закон взаимодействия элементов тока (закон Ампера)

$$d\vec{F} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi r^3} (d\vec{l}_2 \times (d\vec{l}_1 \times \vec{r})) \quad (5)$$

и эквивалентные ему законы Био-Савара и (в ряде приложений) Лоренца.

3. Анализ причин нестыковок в области магнитостатики. Рассмотрим проблему потенциальной энергии МП на примере бесконечно длинного соленоида (рис. 1) с кольцевым поперечным сечением, размеры которого в радиальном направлении отличны от нуля.

В [7] нами получены выражения для \bar{A} в тонком слое бесконечно длинного соленоида радиуса R с линейной плотностью токовой нагрузки i :

$$\begin{aligned} A_{\varphi} &= A = kX \quad \text{для } X < R, \\ A &= k \frac{R^2}{X} \quad \text{для } X > R, \end{aligned} \quad (6)$$

где $k = \frac{\mu_0 i}{2}$.

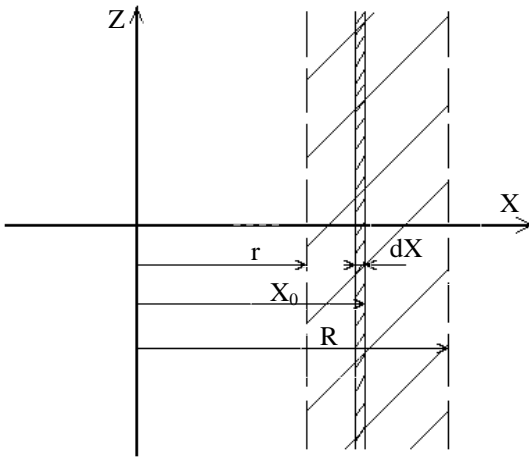


Рисунок 1 – Область решения задачи

Разобьем токоведущий слой рассматриваемого соленоида на «тонкие» слои в радиальном направлении толщиной dX , радиусом X_0 , несущие токовую нагрузку:

$$i_0 = i \frac{dX}{R-r}. \quad (7)$$

Интегральное действие соленоида может быть представлено в виде:

$$\begin{aligned} A(X) &= \frac{kX_0}{R-r} \int_r^R dX = kX_0 \quad \text{при } X_0 < r, \\ A(X) &= \frac{k}{R-r} \left(X_0 \int_{X_0}^R dX + \int_r^{X_0} \frac{X^2}{X_0} dX \right) = \\ &= \frac{k}{R-r} \left[X_0 (R - X_0) + \frac{X_0^3 - r^3}{3X_0} \right] \quad \text{при } r < X_0 < R, \\ A(X) &= \frac{k}{R-r} \int_r^R \frac{X^2 dX}{X_0} = k \frac{R^2 + Rr + r^2}{3X_0} \quad \text{при } X_0 > R. \end{aligned} \quad (8)$$

В дальнейшем индекс при X_0 будет опущен.

Здесь, как и в идеальном соленоиде с тонким токоведущим слоем, соотношение

$$B = \text{rot}A = \frac{1}{X} \frac{\partial(XA)}{\partial X}$$

даст $B = \mu_0 i = \text{const}$ при $X \leq r$, $B = 0$ при $X > R$, но в токоведущем слое индукция линейно спадает по закону

$$B(X) = \mu_0 i \frac{R-X}{R-r}. \quad (9)$$

При расчете W по (2) с учетом коллинеарности векторов \bar{A} и \bar{j} в зоне обмотки соленоида

$$j = \frac{i}{(R-r)}, \quad dV = 2\pi X h dX,$$

$$\begin{aligned} W_2 &= \frac{1}{2} \int_V A j dV = \frac{k\pi h i^2}{(R-r)^2} \int_r^R \left(\begin{aligned} &RX - \frac{2}{3}X^2 \\ &-\frac{r^3}{3} \end{aligned} \right) X dX = \quad (10) \\ &= \frac{k\pi h i^2}{6} (R^2 + 2Rr + 3r^2), \end{aligned}$$

а по (3) с учетом (9), получаем:

$$W_3 = \frac{1}{2\mu_0} \int_V B^2 dV = 2k\pi h i^2 \cdot$$

$$\begin{aligned} &\left[\int_0^r X dX + \frac{1}{(R-r)^2} \int_r^R (R-X)^2 X dX \right] = \quad (11) \\ &= k\pi h i^2 \left[r^2 + \frac{R^2 + 2Rr - 3r^2}{6} \right], \end{aligned}$$

где h - высота соленоида.

После приведения подобных членов выражения (10) и (11) становятся тождественно равными.

Однако отношение этих результатов для зоны расположения обмотки (второе слагаемое в формуле (11))

$$C_w = \frac{1 + 2\rho - 3\rho^2}{1 + 2\rho + 3\rho^2}, \quad (12)$$

где $\rho = r/R$, совпадает только при $\rho = 0$, что соответствует соленоиду нереальной и бесполезной конструкции. Во всех остальных случаях C_w принимает значения, меньшие 1 (например, при $\rho = 0.5$, $C_w = 0.45$), что подтверждает справедливость высказанных ранее сомнений в физической содержательности чисто полевого подхода к определению W_3 .

Рис. 2 наглядно показывает, что рассматриваемые подходы хотя и не расходятся по значению суммарной величины W , но по картине распределения энергии в пространстве резко отличается друг от друга.

Так, если, согласно исходному соотношению (2), энергия МП локализуется только в зоне обмотки

соленоида, то “усовершенствованный полевой” вариант дает постоянную и довольно значительную плотность энергии внутри обмотки, а в самой обмотке она резко падает до нуля.

Закономерно возникает вопрос – в чем же причина обнаруженных расхождений? Дело в том, что при переходе от (2) к эквивалентной (в математическом аспекте!) записи

$$W_3 = \frac{1}{2} \int_V \bar{H} \cdot \bar{B} dV + \frac{1}{2} \int_V \operatorname{div}(\bar{H} \times \bar{A}) dV \quad (13)$$

в [1, 8] правое слагаемое по теореме Гаусса преобразуется к виду:

$$\frac{1}{2} \int_S (\bar{H} \times \bar{A})_n dS. \quad (14)$$

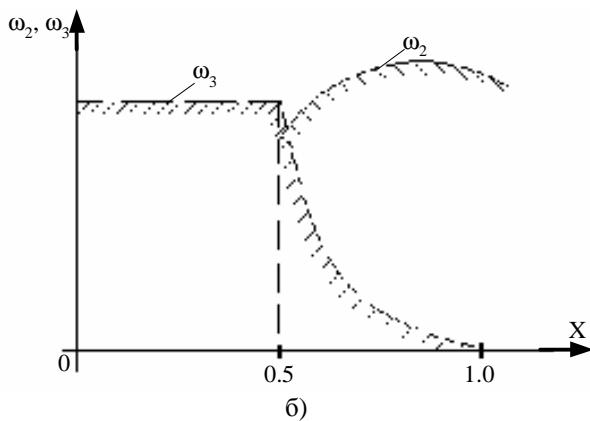
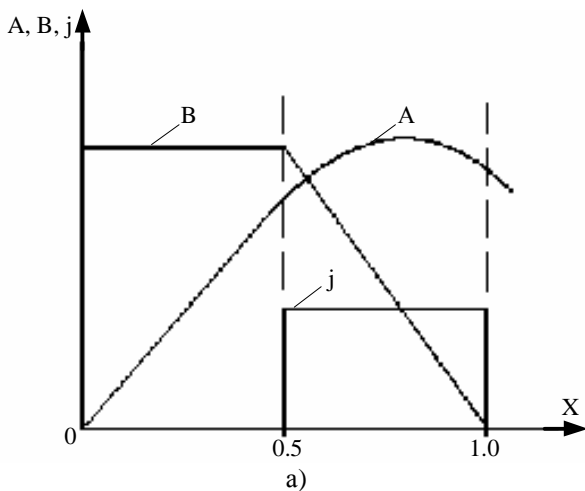


Рисунок 2 – Расчетные параметры магнитного поля (а) и плотность распределения его энергии по радиусу (б)

Далее оба автора ошибочно утверждают, что «если мы распространим интегрирование на весь объем полного поля токов, то интеграл по пограничной поверхности этого поля [т.е. (14)] обратится в нуль и выражение [для W] примет вид [(3)]».

Но они упускают из вида, что кроме наружной поверхности у каждой катушки (соленоида) с током есть еще внутренняя поверхность, для которой цитированное утверждение принципиально ошибочно.

Для рассматриваемого случая при $X = r$ имеем следующее выражение для (14):

$$\frac{1}{2} \int_S (\bar{H} \times \bar{A})_n dS = \frac{1}{2} i \frac{\mu_0}{2} 2\pi h = k\pi h i^2 r^2,$$

т.е. как раз ту долю энергии, которая согласно (11) «перекочевывает» внутрь соленоида.

В переходном для (13) соотношении

$$\bar{A} \cdot \bar{j} = \bar{H} \cdot \bar{B} - \operatorname{div}(\bar{H} \times \bar{A}) \quad (15)$$

вторым слагаемым в правой части пренебрегать нельзя при определении W в любой зоне МП. Например, для $X < r$ плотность энергии оказывается равной нулю, поскольку

$$\bar{B} \cdot \bar{H} \equiv \operatorname{div}(\bar{H} \times \bar{A}).$$

Здесь мы вновь встречаемся со случаем некорректного использования математического аппарата [9], потому что при переходе к вычислению по (14) нарушаются основные условия, ограничивающие применения теоремы Гаусса – требование непрерывности подынтегральных функций вместе со своими первыми производными.

А оно-то и нарушается в поле j на внутренней и наружной цилиндрической поверхности соленоида.

Вот к чему приводит увлечение математической стороной проблемы в попытке “перекинуть мост” через тот разрыв, который образовался вследствие того, что “электротехническая наука в известной мере оторвалась от современной физики и ее важнейших разделов – квантовой механики, квантовой электродинамики” [10]. Столь же бесплодными эссе на базе идеалистических концепций теории относительности пестрит и монография [11], где недоработки современной физики микромира в сфере теории силового поля привели к философски бессодержательным попыткам решить ряд прикладных проблем электротехники.

С учетом изложенного, становится очевидной необходимость безоговорочного отказа от концепции накопления энергии магнитного поля в пространстве, окружающем токоведущие цепи.

4. К проблеме расчета силовых взаимодействий элементов магнитопровода. Выявленные принципиальные недостатки полевого подхода к описанию накопления энергии МП неизбежно требуют перехода к физически содержательным, универсальным методам расчета силовых взаимодействий как между элементами магнитопроводов, разделенными воздушным зазором, так и внутри самих элементов (сердечник статора синхронного генератора, замкнутый магнитопровод трансформатора и т.п.).

Хотя в ряде случаев удастся решить прикладные задачи на основе энергетического подхода и с использованием метода магнитных напряжений, наиболее универсальным подходом все же следует считать применение закона Ампера (5) взаимодействия элементов тока, а иногда и равноценного ему закона Лоренца. Для широкого и эффективного использо-

вания этих законов следует внести ряд корректив в действующие методические подходы, создавшие необоснованный разнобой в приложении к весьма родственным элементам магнитопровода:

- обмоткам,
- сердечникам из магнитомягкого ферромагнетика,
- постоянным магнитам.

Во всех перечисленных случаях следует в расчет вводить поверхностную линейную плотность тока i , представляющую собой сумму макроскопических токов i_w в обмотках и поверхностных (амперовых, молекулярных) токов i_a в ферромагнетике любого типа:

$$i = i_w + i_a = i_w + H = i_w + \frac{B}{\mu_0}. \quad (16)$$

Поясним сказанное на примере длинного соленоида (“ажурного” тороидального соленоида).

Силу радиального распора в соленоиде по рис. 1 можно найти по закону Лоренца:

$$F = q(\vec{v} \times \vec{B}) = Idl \times \vec{B}.$$

Учитывая, что в данном случае B изменяется по (9), а

$$\vec{Idl} = idh \cdot dl,$$

и приходя к определению удельной радиальной нагрузки на обмотку, находим

$$\sigma_R = \frac{F}{dh dl} = i \cdot \frac{(B_{\max} + B_{\min})}{2} = \mu_0 \frac{i^2}{2}. \quad (17)$$

Ферромагнитный элемент (например, постоянный магнит) такой же формы эквивалентен рассмотренному соленоиду без сердечника, у которого по цилиндрической поверхности радиуса r протекают амперовы токи той же плотности i . Поэтому в ферромагнитном элементе также возникают силы радиального давления по (17) независимо от типа ферромагнетика.

Напряжение тангенциального сжатия в замкнутом кольцевом магнитопроводе может быть рассчитано по закону Ампера (5).

Для тора кольцевого сечения (длинного цилиндра) оно дается формулой:

$$\sigma_\tau = \mu_0 \frac{i^2}{2}, \quad (18)$$

которая совпадает с (17) только для рассматриваемых тел. В остальных случаях (например, для тороида с квадратным поперечным сечением)

$$\sigma_R \neq \sigma_\tau.$$

На базе предложенного подхода подлежит пересмотру и уточнению целый ряд методических положений магнитостатики (рассмотрение этих вопросов выходит за рамки данной статьи).

Выводы.

1. Показана физическая бессодержательность и методическая ошибочность концепции запасаения энергии магнитного поля в пространстве, окружающем контуры с током – эта энергия запасается в токоведущих частях обмоток и слоях поверхностных токов в ферромагнитных элементах магнитопровода.

2. В расчетах силовых взаимодействий как между элементами магнитопровода, так и внутри них следует использовать закон Ампера, учитывая при этом как макроскопические токи в обмотках, так и поверхностные токи в ферромагнетиках.

3. В ряде случаев для целей, указанных в п. 2, могут быть использованы также закон Лоренца и энергетический подход, но следует иметь в виду, что первый не столь универсален, как закон Ампера, а применение второго для элементов магнитопровода сложной формы связано с проблемами вычисления.

4. С учетом изложенного, становится очевидной необходимость пересмотра ряда устоявшихся ошибочных положений магнитостатики как в учебно-методической литературе, так и в прикладных научно-технических материалах.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ДАННЫЕ

1. Тамм И.Е. Основы теории электричества. – М.: Наука, 1976.
2. Нейман Л.Р., Калантаров П.Л. Теоретические основы электротехники - т. 1. - М.-Л.: ГЭИ, 1959.
3. Нейман Л.Р., Демирчян К. С. Теоретические основы электротехники. – Л.: Энергоиздат, 1981, т. 1. – 516 с.
4. Нетушил А.В., Поливанов К.М. Теория электромагнитного поля - М.-Л.: ГЭИ, 1956.
5. Калантаров П.Л., Цейтлин Л.А. Расчет индуктивностей. – Л.: Энергия, 1970. – 416 с.
6. Кузьмин В.В. Проблемы современной электротехники на пути создания новых источников энергии // Электротехника и электромеханика, 2005, № 2.
7. Кузьмин В.В., Шпапенко В.С. К проблеме «не-локального» действия магнитного поля на обмотки электрических машин // Электроинформ, 2005, № 4.
8. Стреттон Дж. Теория электромагнетизма. – М.-Л.: ГИТТЛ, 1948. – 540 с.
9. Кузьмин В.В. О математических некорректностях в теоретических основах электротехники // Электротехника и электромеханика, 2006, № 2.
10. Иосифьян А.Г. Эволюция физических основ электротехники и электродинамики // Электричество. – 1987, №12; 1989, №9.
11. Брон О.Б. Электромагнитное поле как вид материи – М.-Л.: ГЭИ, 1962.

Стаття надійшла 25.04.2007 р.