

УДК 621.313

**МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ КОНСТРУКТИВНИХ
НЕСИМЕТРИЙ ЕЛЕКТРИЧНИХ МАШИН НА ЇХ ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ ПАРАМЕТРИ***Калінов А.П., к.т.н., доц., Мамчур Д.Г., аспірант**Кременчуцький державний політехнічний університет ім. М. Остроградського**39614, м. Кременчук, вул. Першотравнева, 20**E-mail: scenter@polytech.poltava.ua*

В статье рассмотрен вопрос создания математических моделей для исследования влияния разного рода вибраций электрических машин на их электромагнитные параметры. Была получена модель для комплексного анализа влияния вибраций как механической, так и электрической части машины, в которой был сделан переход от исследования дискретных n -роторных (n -статорных) моделей к комплексному учёту изменения параметров машины в одной модели.

Ключевые слова: вибрации, математическая модель, электрическая машина, электромагнитные параметры.

In the article the problem of creation of mathematical models for a research of influence of a different kind of vibrations of electrical machines for their electromagnetic parameters is considered. The model for comprehensive analysis of influence of vibrations both mechanical and electrical part of the machine was obtained, in which the transition from a research discrete n -rotor (n -stator) models to the complex account of a modification of parameters of the machine in one model was made.

Key words: vibrations, mathematical model, electrical machine, electromagnetic parameters.

Вступ. В контексті сучасного технічного стану парку електромеханічного обладнання на промислових підприємствах, а саме, використання у виробничому процесі машин, введених в експлуатацію кілька десятиріч тому, і неможливістю масового оновлення, набуває поширення використання на підприємствах систем стеження за технічним станом виробничого обладнання. Це надає можливість виводу його в ремонт за поточним технічним станом [1], що дозволить економити значні кошти від усунення негативних наслідків можливих аварій з причин раптового виходу обладнання з ладу і викликані цими чинниками вимушеної зупинки виробничого процесу. Загальновідомо, що найбільш шкідливими чинниками, через які відбувається вихід з ладу електромеханічного обладнання, є його вібрації [2-7].

З огляду на вищевказані факти, доцільними є дослідження впливу вібрацій на якість функціонування та ресурс асинхронних двигунів (АД). Це дозволить вирішити задачу обчислення залишкового ресурсу роботи машини у системах моніторингу стану АД.

Аналіз попередніх досліджень. Ротори, або вали, є головними елементами АД, і призначені для передачі обертового моменту [2-6].

Обертання ротору, виконуючого в машинах найважливіші функції, є основним джерелом шкідливих вібрацій, інтенсивність яких залежить від цілого ряду факторів, таких, як конструктивні особливості машин і їхнє призначення, тип підшипників, характер сполучень окремих роторів у валопроводи, близькість робочих швидкостей до так званих критичних швидкостей і т.п. При цьому, основними причинами роторних вібрацій є, з одного боку, різного ро-

ду недосконалості – конструктивні, або ті, що виникли при виготовленні, складанні й експлуатації машин; а з іншого боку – специфічні для роторних систем неконсервативні сили, що призводять, за певних умов, до автоколивань. Відмінна риса роторних вібрацій полягає в тому, що в переважній більшості випадків вони пов'язані з поперечними коливаннями роторів, у той час як крутильні або поздовжні коливання грають незрівнянно меншу роль. Характерним також є відсутність, як правило, прямого зв'язку рівня вібрацій з величиною переданої або виробленої потужності.

На рівень вібрацій великою мірою впливає якість кріплення електричної машини (ЕМ) з основою. Найчастіше електричні машини кріпляться жорстко на фундаменті. При динамічному навантаженні машина встановлюється на опори, які мають певні коефіцієнти жорсткості й демпфірування.

Вібрації АД також можуть бути зумовлені його несиметрією. Серед несиметрій АД можна виділити електромагнітну і конструктивну.

Електромагнітна несиметрія асинхронних двигунів може бути викликана:

- різницею значень електромагнітних параметрів схем заміщення фаз двигуна, що виникає з причини недосконалості технології виготовлення або ремонту, виникненням виткових замикань в обмотках статора й обриву стрижнів ротора;

- наявністю статичної й динамічної нерівномірності зазору між статором і ротором, виникаючими через несиметрію ротора.

Конструктивна несиметрія може бути викликана різними видами дефектів виготовлення, зборки або дефектів, набутих в результаті експлуатації. Слід за-

значити, що вона також призводить до появи несиметрії індуктивних опорів розсіювання та взаємодукції.

Серед найпоширеніших видів конструктивної несиметрії можна виділити дисбаланс ротора (статичний, динамічний, змішаний, рис. 1) та технологічні відхилення у взаємному розташуванні ротора і статора.

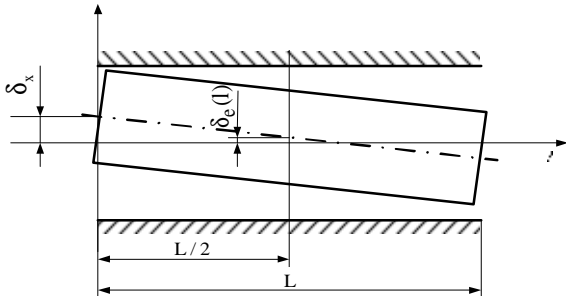


Рисунок 1 – Змішаний дисбаланс ротора:

δ_x – максимальне відхилення центру крайнього диску ротора від центральної осі статора, L – довжина статора, $\delta_e(l)$ – функція зміни відхилення центру ротора від центру статора на довжині статора

Мета роботи. Створення математичної моделі для дослідження впливу різних видів дисбалансу ротора та неякісностей механічної частини АД на його вібраційні характеристики.

Матеріал і результати дослідження. Для дослідження вібрацій механічної частини АД, викликаних небалансом ротора, було обрано математичну модель, що описана в [2]:

$$\begin{cases} m(x'' - 2\omega y' - \omega^2 x) + c_p x + c\beta = Q_x + G \sin(\omega t); \\ B\beta'' + (A + B - \Theta)\omega\alpha' + (\Theta - A)\omega^2\beta + cx + c_M\beta = 0; \\ m(y'' + 2\omega x' - \omega^2 y) + c_p^* y - c^*\alpha = Q_y + G \cos(\omega t); \\ A\alpha'' - (A + B - \Theta)\omega\beta' + (\Theta - B)\omega^2\alpha - c^* y + c_M^*\alpha = 0, \end{cases} \quad (1)$$

де: m – маса ротора, кг; x, y – переміщення центра мас диску відносно взаємоперпендикулярних осей X та Y обертової системи координат, мм; α, β – кут повороту відносно осей X та Y ; ω – швидкість обертання ротора, рад/с; A, B – масові моменти інерції диска відносно осей X та Y відповідно, а Θ – відносно осі обертання, в.о.; $c, c^*, c_p, c_p^*, c_M, c_M^*$ – коефіцієнти вигинної жорсткості валу, в.о. (без зірочки – по осі X , з зірочкою – по осі Y).

Для моделювання вібрацій, пов'язаних з кріпленням АД з основою, було обрано математичну модель, що описана в [8]:

$$\begin{cases} my'' = -c_1(y - l_1\phi) - \\ -\mu_1 l_1 \phi' - c_2(y + l_2\phi) - \mu_2 l_2 \phi'; \\ J\phi'' = c_1(y - l_1\phi)l_1 + \mu_1 l_1^2 \phi' - \\ -c_2(y + l_2\phi)l_2 - \mu_2 l_2^2 \phi' + H \sin(\Omega t), \end{cases} \quad (2)$$

де: m – маса АД, кг; y – вертикальне переміщення центру ваги двигуна, м; c_1, c_2 – коефіцієнти жорст-

кості пружних опор; μ_1, μ_2 – коефіцієнти демпфування пружних опор; l_1, l_2 – відстані від центру до опор, м; ϕ – кут повороту; R_1 і R_2 – пружні реакції; F_1 і F_2 – сили опору опор, Н; $M = H \sin(\Omega \cdot t)$ – момент, що діє на статор електричної машини, Н·м; J – момент інерції статора машини, Н·м².

Наведені математичні моделі описують найпоширеніші неякісності механічної частини електричних машин. Але ці моделі не враховують зміни електромагнітних параметрів двигуна при кутовому переміщенні розбалансованого ротору.

Для моделювання дисбалансу необхідно визначити параметр електричної машини, що буде відображати коливання валу. Цим параметром може бути повітряний зазор між статором і ротором асинхронного двигуна, від якого залежать індуктивні опори.

З літературних джерел [9] відомі залежності зміни електромагнітних параметрів двигуна при зміні повітряного зазору.

Індуктивний опір взаємодукції обернено пропорційний величині еквівалентного повітряного зазору [9]:

$$X_\mu \propto \frac{1}{\delta}. \quad (3)$$

Повний індуктивний опір розсіювання складається з індуктивних опорів пазового розсіювання (X_p), розсіювання по коронках зубців (X_k), лобового розсіювання (X_d), диференціального розсіювання (X_Δ) і розсіювання скосу (X_c) [9].

Залежності опорів розсіювання від величини зазору можна представити наступним виразом:

$$X_\sigma \approx \left(A + \frac{B}{\delta} + C\delta^* \right) X_{\sigma n}, \quad (4)$$

де: δ^* – відносна величина зазору, $X_{\sigma n}$ – номінальне значення опору розсіювання, A, B, C – коефіцієнти, що залежать від конструктивних параметрів АД.

Таким чином, змінюючи величини опорів обмотки та повітряного зазору, можна моделювати виникнення електромагнітної несиметрії АД.

За наявності обертового дисбалансу ротора змінюється середня величина зазору на полюсному діленні. Це спричиняє зміну електромагнітних параметрів фази. Розглянемо вплив обертового дисбалансу на електромагнітну провідність повітряного зазору на прикладі обертання елементарного диску, що має ексцентриситет (рис. 2). Для зручності й наочності розрахунків приймемо наступні допущення: магнітна проникність сталі сердечників $\mu \rightarrow \infty$; пази та явновиражені полюси відсутні; котушечні сторони розташовані в повітряному зазорі й мають у перетині вигляд нескінченно тонкої стрічки (рис. 3) (за відсутності дисбалансу – із шириною, рівній величині зазору δ); величина зазору невелика в порівнянні з радіусом статора й полюсним діленням. За

цих умов лінії індукції в повітряному зазорі прямо-лінійні (рис. 3).

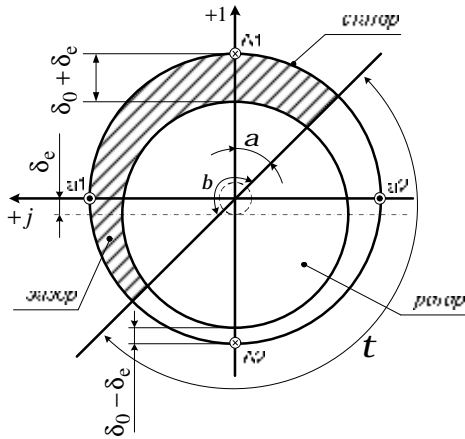


Рисунок 2 – Обертювий дисбаланс

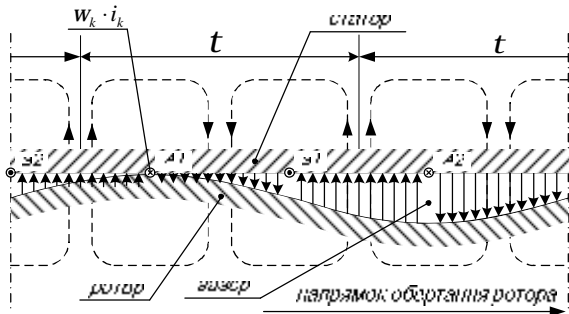


Рисунок 3 – Розгортка повітряного зазору АД за наявності дисбалансу ротора:

ω_k – кількість витків; t – полюсне ділення;
 i_k – струм навантаження

При обертанні диску повітряний зазор на кожному полюсному діленні буде змінюватись, що буде відбиватися на величині індукції в зазорі (рис. 3). При цьому сумарний середній зазор за всією окружністю завжди буде дорівнювати зазору при відсутності дисбалансу.

Розглянемо, яким чином змінюється величина повітряного зазору на полюсному діленні при обертанні диску ротора, що має ексцентриситет.

Нехай r_s , r_r – радіус статора й ротора відповідно; δ_e – зміщення центру диску ротора відносно центральної осі статора (ексцентриситет ротора); Θ_1 , Θ_2 – кути, що відповідають початку й кінцю полюсного ділення в полярній системі координат. При обертанні величина повітряного зазору буде змінюватися за синусоїдальним законом (рис. 3). Тоді середня величина повітряного зазору на полюсному діленні за період обертання диску, що має ексцентриситет, обчислюється за формулою:

$$\delta_{cp} = \frac{1}{\Theta_2 - \Theta_1} \cdot \left[\int_{\Theta_1}^{\Theta_2} r_s d\Theta - \int_{\Theta_1}^{\Theta_2} r_r d\Theta - \delta_e \cdot \int_{\Theta_1}^{\Theta_2} \cos(\Theta) d\Theta \right]. (5)$$

Після обчислення інтегралів отримаємо:

$$\delta_{cp} = \frac{1}{\Theta_2 - \Theta_1} \cdot \left[(r_s - r_r) \cdot [\Theta_2 - \Theta_1] - \delta_e \cdot [\sin(\Theta_2) - \sin(\Theta_1)] \right]. (6)$$

Знайдемо середню величину повітряного зазору для довільного полюсного ділення. Для випадку довільної кількості пар полюсів величина $\Theta_2 - \Theta_1$ відповідає величині полюсного ділення τ :

$$\tau = \frac{2\pi}{p}, \text{ де } p \text{ – кількість пар полюсів.}$$

Тоді:

$$\Theta_1 = \alpha + \beta, \quad \Theta_2 = \Theta_1 + \tau, \quad (7)$$

де $\alpha = \frac{-\pi}{2 \cdot p}$ – початковий кут, обумовлений зоною магнітної провідності для даного полюса;

$\beta = \frac{2 \cdot \pi}{p} (k - 1)$ – кут повороту при розгляді k -го полюса; $k = 1 \dots p$ – порядковий номер полюса при обході проти годинникової стрілки (рис. 2).

У випадку початку полюсного ділення з довільного кута $\varphi_{поч}$, початковий і кінцевий кут полюсного ділення будуть обчислюватися:

$$\Theta_1(\varphi) = \varphi_{поч} + \alpha + \beta + \varphi, \quad (8)$$

$$\Theta_2(\varphi) = \Theta_1(\varphi) + \tau. \quad (9)$$

Тоді, остаточна формула для знаходження середньої величини повітряного зазору довільного полюсного ділення:

$$\delta_{cp}(\varphi) = (r_s - r_r) - \delta_e \cdot f(\varphi), \quad (10)$$

де

$$f(\varphi) = \frac{p}{2\pi} \left[\sin(\Theta_2(\varphi)) - \sin(\Theta_1(\varphi)) \right]. \quad (11)$$

За довжиною активної частини пакету статора можна виділити безкінечну кількість дисків, які мають різний ексцентриситет. В такому випадку, для дослідження різних видів дисбалансів ротора, використовують багатостаторні або багатороторні моделі АД [2]. В них за довжиною і розточкою виділяють елементарні машини, які мають різні параметри. Таким чином, сформувавши n однакових моделей статора (ротора) з однаковими параметрами, отримуємо n -статорну (роторну) модель АД. На вхід цих моделей подається однакова напруга U_s , вихідні струми додаються і діляться на n , тобто знаходиться середнє значення струму I_s . На кожен з моделей подається відповідна залежність зміни середнього зазору на полюсному діленні, яка відповідає n -тій дискретній ділянці статора (ротора). Залежності зміни середнього значення зазору на полюсному діленні для n -ї ділянки статора (ротора) визначаються, виходячи з просторового положення цих ділянок відносно початку координат. Слід вказати на ту особливість, що для аналізу електромагнітних процесів при дисбалансі ротора n -статорна та n -роторна моделі еквівалентні (рис. 4), тільки в першому випадку обертається ротор, а в другому – статор. На рисунках прийняті наступні позначення: δ_0

– повітряний зазор за відсутності дисбалансу; δ_{e_j} – зміщення центру j -го диску ротора відносно центру статора; $R_1 \dots R_n$ ($S_1 \dots S_n$) – номер ротора (статора).

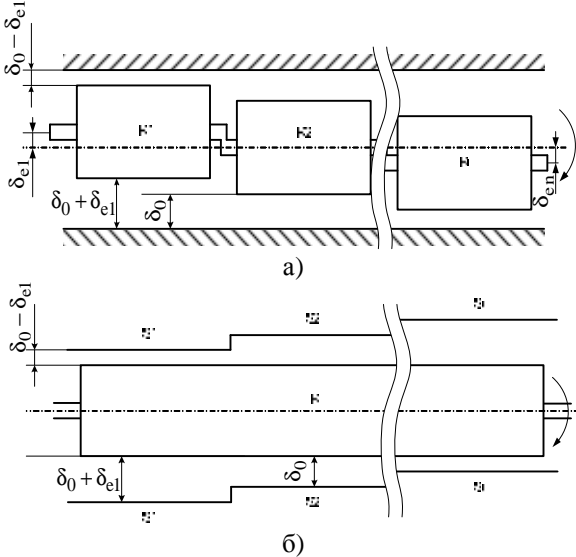


Рисунок 4 – Багатороторна (а) та багатостаторна (б) моделі АД:

δ_{e_j} – зміщення центру j -го диску ротора відносно центральної осі статора; δ_x – зміщення центра крайнього диску ротора відносно центральної осі статора; δ_0 – величина повітряного зазору за відсутності дисбалансу

В загальному випадку величина зміщення центру диску відносно центру статора δ_e для кожного j -го елементарного диску ротора описуватиметься довільною кривою в тривимірному просторі. Розглянемо, яким чином змінюватиметься ексцентриситет δ_e в найпоширеніших випадках дисбалансу ротора – при змішаному дисбалансі, та за наявності фізичних дефектів ротора, наприклад, вигину валу.

Змішаний дисбаланс (рис. 1), за умови, що ротор не має вигинів, можна представити за допомогою n -роторної моделі, зображеної на рис. 4, а. Дослідимо, яким чином в даному випадку змінюється величина повітряного зазору на полюсному діленні за довжиною активної частини пакету статора.

Для j -го диску об'єм сектору повітряного зазору V_j , який дорівнює полюсному діленню на ділянці

довжини $\frac{L}{n}$, при обертанні ротора, з урахуванням (11), буде змінюватися за наступним виразом:

$$V_j = \frac{L}{n} \cdot \delta_{cpj}(\varphi) = \frac{L}{n} \cdot [\delta_0 - \delta_{e_j} \cdot f(\varphi)]. \quad (12)$$

В даному випадку функція кута повороту для всіх n дисків однакова. Тоді сумарний зазор на полюсному діленні всієї ділянки довжини:

$$V_{\Sigma} = \sum_{j=0}^n V_j = \delta_0 - f(\varphi) \cdot \sum_{j=0}^n \delta_{e_j}. \quad (13)$$

Величина ексцентриситету на всій ділянці довжини описується наступним виразом:

$$\delta_e(1) = \delta_x + \delta_e - \frac{2\delta_x}{L} \cdot l. \quad (14)$$

Інтегруючи вираз (13) за довжиною статора, отримуємо залежність зміни середнього значення повітряного зазору на полюсному діленні при обертанні ротора:

$$V = \int_0^L [\delta_0 - \delta_e(1) \cdot f(\varphi)] dl = L \cdot \delta_0 - L \cdot f(\varphi) \cdot \delta_e. \quad (15)$$

При усередненні зазору всіх секторів кола за довжиною статора на полюсному діленні, за наявності дисбалансу ротора, отримаємо:

$$\delta_{e_{cp(дб)}} = \delta_0 - f(\varphi) \cdot \delta_e. \quad (16)$$

Окрім дисбалансу, конструктивну несиметрію АД також можуть спричиняти різні види дефектів ротора або статора. Розглянемо, яким чином змінюється величина повітряного зазору на полюсному діленні, наприклад, за наявності вигину валу (рис. 5).

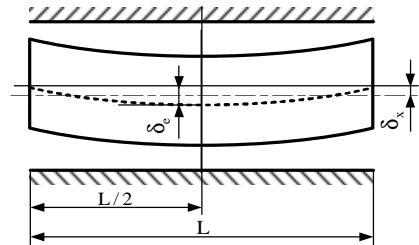


Рисунок 5 – Дисбаланс ротора з вигином:

δ_e – величина вигину валу в центральній точці; δ_x – зміщення центра крайнього диску ротора відносно центральної осі статора

Середня величина вигину валу на полюсному діленні за довжиною активної частини пакету статора в даному випадку змінюватиметься за наступним законом:

$$\delta_{e_{cp(виг)}}(1) = -\delta_e + \left(1 - \frac{L}{2}\right) \cdot \frac{4 \cdot (\delta_x + \delta_e)}{L^2}. \quad (17)$$

Усереднюючи зазор для всіх елементарних дисків за довжиною активної частини пакету статора на полюсному діленні, отримаємо:

$$\delta_{e_{cp(виг)}} = \delta_0 - f(\varphi) \cdot \left(\delta_e + \frac{1}{6} \cdot (\delta_x - \delta_e) \right). \quad (18)$$

Отже, за наявності різних видів дисбалансу та фізичних дефектів ротора, зміна величини повітряного зазору за довжиною активної частини пакету статора фактично залежить від усередненого зміщення центра мас ротора відносно центральної осі статора.

Таким чином, при дослідженні вібрацій ЕМ на математичних моделях, можна перейти від дискретних (n -статорних або n -роторних) моделей до безперервної моделі, в якій враховується загальний дисбаланс ротора за довжиною. Слід зауважити, що більш складний характер зміна середнього зазору

матиме при зміні кривої δ_e одразу в трьох площинах. Це можна врахувати зміною δ_e (1) та $\Phi_{\text{поч}}$ (1).

З урахуванням вищеописаного, модель будується наступним чином (рис. 5): з одного боку, враховується зміна положення (координат) ротора і його центрів мас при обертанні (δ_e), з іншого боку – враховується зміна електромагнітних параметрів (ЕМП) при зміні повітряного зазору. При цьому ЕМП стають періодичними функціями кута повороту ротора. При значних величинах дисбалансу і малій жорсткості опор ці функції стають несинусоїдальними, що призводить до збільшення електромагнітних вібрацій двигуна. Таким чином, за певних умов вібропереміщення почнуть впливати на електромагнітні перехідні процеси.

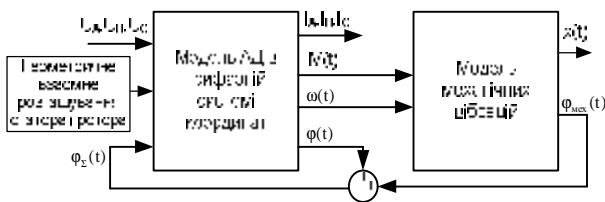


Рисунок 5 – Модель для аналізу вібрацій, викликаних конструктивною несиметрією

На рис. 6 представлені отримані за допомогою розробленої математичної моделі характеристики двополосного АД 4АХБ2Г100L4 (4 кВт; 8,7 А, 1420 об/хв), за наявності змішаного дисбалансу.

Висновки. Створена математична модель дозволяє перейти від дискретної n-статорної (n-роторної) моделі АД до безперервної. Комплексне врахування

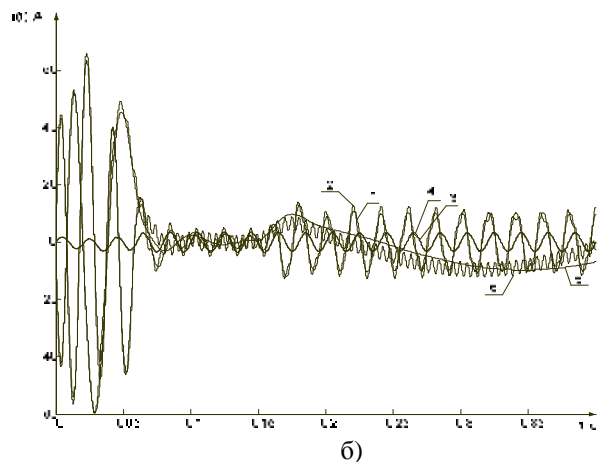
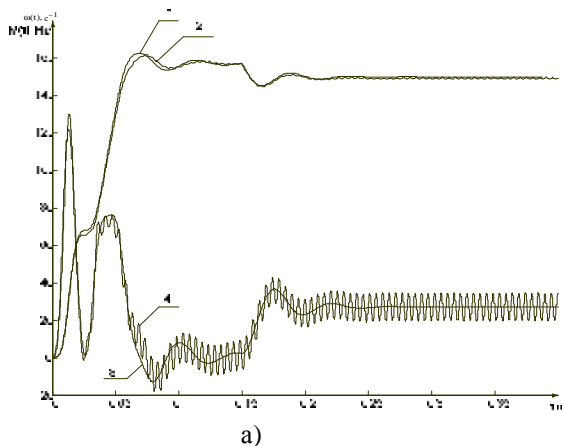


Рисунок 6 – Перехідні процеси АД:

а) швидкості і електромагнітного моменту: 1, 3 – за відсутності змішаного дисбалансу; 2, 4 – за наявності змішаного дисбалансу;

б) струмів статора, ротора, намагнічування:

1, 3, 5 – за відсутності змішаного дисбалансу; 2, 4, 6 – за наявності змішаного дисбалансу

зміни механічних та електромагнітних параметрів при конструктивних несиметриях двигуна дозволяє досліджувати віброхарактеристики з подальшою оцінкою їх впливу на ресурс ЕМ.

БІБЛЮГРАФІЧНІ ДАНІ

1. Чёрный А.П. Определение снижения ресурса асинхронных двигателей по показателям качества преобразования энергии // Збірник праць Кіровоградського НТУ, 2004, вип. 15, - С.160-168.
2. Григорьев Н.В. Вибрация энергетических машин. Л.: Машиностроение, 1974, – 464 с.
3. Котеленец Н.Ф., Кузнецов Н.Л. Испытания и надежность электрических машин. М., Высш. шк., 1988. – 232 с.
4. Ермолин Н.П., Жерихин И.П. Надежность электрических машин. М.: Энергия, 1975. – 250 с.
5. Жерве Г.К. Промышленные испытания электрических машин. Л.: Энергоатомиздат, 1984 – 408 с.
6. Кулаковский В.Б. Работа изоляции в генераторах: Возникновение и методы выявления дефектов.– М.: Энергоиздат, 1981. – 256 с.
7. Гольдберг О.Д. Надежность электрических машин общепромышленного и бытового назначения. М.: Знание, 1976, 58 с.
8. Киба С. П., Артеменко А. Н., Чермалых А. В. Механизм влияния некачественности энергопотребления на поведение электромеханической системы // Вісник КДПУ № 2/2002. - С. 190-193
9. Вольдек А.И. Электрические машины. Л.: Энергия, 1974., - 840 с.

Стаття надійшла 11.04.2007 р.
Рекомендовано до друку д.т.н., проф.
Родькіним Д.Й.