

УДК 621.313: 621.365.51

**АНАЛИЗ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПРОЦЕССОВ В КОНЦЕВЫХ ЗОНАХ
ЛИНЕЙНОЙ ИНДУКЦИОННОЙ МАШИНЫ МЕТОДОМ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ
РИМАНА**

Виштак Т.В., Кондратенко И.П., д.т.н., Ращепкин А.П., д.т.н.
Институт электродинамики НАН Украины
03680, Киев-57, пр. Победы, 56
E-mail: dep7ied@mail.ru

У статті розроблена нова математична модель лінійної індукційної машини кінцевої ширини й за допомогою крайового завдання Рімана для перетворених за Фур'є функцій у замкненому вигляді даний аналітичний опис електромагнітних процесів у кінцевих зонах індуктора з урахуванням шунтувальних потоків з бічних граней і спинок магнітопровода. Сформульовано умови для досягнення рівномірного за шириною індукційного нагрівання плоского прокату в магнітному полі, що біжить, двостороннього індуктора.

Ключові слова: лінійна асинхронна машина, індукційне нагрівання, плоский прокат.

A new mathematical model of terminal width linear inductive machine has been developed in the article. Analytical description of electromagnetic processes has been gained with the help of Riemannian edge problem instrument. Conditions for attainment of uniform along the width inductive heating of strips have been laid down.

Key words: linear asynchronous machine, induction heat, flat hire.

Введение. В линейных индукционных машинах, как и в обычных асинхронных двигателях, при скольжениях, близких к скольжению короткого замыкания, выделяются значительные тепловые потери в роторе, что позволяет эффективно использовать их для протяжного нагрева плоского проката металлов. Плоский прокат в этом случае выступает в качестве вторичной среды (ротора) линейных индукционных машин.

Нагрев металла осуществляется вихревыми токами, индуцированными бегущим магнитным полем. Неравномерность распределения токов, обусловленная влиянием поперечного краевого эффекта, затрудняет достижение требуемой высокой равномерности джоулевого тепловыделения и, следовательно, температуры по ширине нагреваемой ленты. Это в значительной мере тормозило практическое использование индукционных методов для нагрева плоского проката. Создание таких установок для нагрева листового проката различных металлов и типоразмеров требует, прежде всего, разработки и обоснования принципов построения индукционных систем, оптимизации их конструктивного исполнения и, с учетом реальных условий работы, формулировки четких рекомендаций по проектированию и выбору режимов работы.

Вследствие квадратичной зависимости джоулевого тепловыделения от плотности тока требуется более строгое определение его локальных значений, на характере распределения которых существенным образом сказываются особенности конструктивного исполнения магнитопроводов, обмоток и других узлов машины. Решение этой задачи требует разработки новых модельных представлений линейных индукционных машин и применения нетрадиционных математических методов анализа, сочетающих простоту и естественность представления решений

уравнений электромагнитного поля с разрывными кусочно-неоднородными граничными условиями, учитывающими характерные особенности исполнения машин, связанные с конечными размерами магнитопроводов.

Цель работы. Разработка математической модели линейной индукционной машины конечной ширины; аналитическое описание электромагнитных процессов в концевых зонах индуктора.

Материал и результаты исследований. Следуя предложению А.Я. Вилнитиса [1], представим магнитопроводы индукторов в виде тонких пластин с бесконечной магнитной проницаемостью и размещенной со стороны зазора токовой нагрузкой A . Толщину Δ , движущегося в зазоре d металла (рис. 1), также устремим к нулю с сохранением естественного условия $\lim_{\Delta \rightarrow 0} \sigma \Delta = \text{const}$.

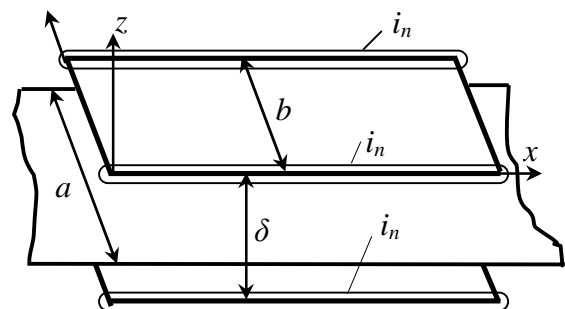


Рисунок 1 – Расположение листа проката в зазоре

Последнее допущение, впрочем, не накладывает никаких ограничений ни на математические методы решения, ни на саму постановку задачи, которая может быть также эффективно решена и для модели с конечной толщиной металла, но с более сложными математическими зависимостями, которые в приближении малого зазора приводятся к значениям,

получаемым при вышепринятом допущении. Полагая взаимное влияние концевых явлений незначительным, рассмотрим электромагнитные процессы на входе и выходе индуктора раздельно, т.е. ограничимся анализом полубесконечного индуктора.

Для учета совместного влияния ограниченности размеров магнитопроводов и обмотки рассмотрим три наиболее употребительных типа обмоток: однослойную обычную, компенсированную с сосредоточенными токами и двухслойную с полузаполненными крайними пазами. В соответствии с порядком перечисления y – составляющую токовой нагрузки каждой обмотки можно представить в виде:

$$\begin{aligned} i_y &= A\Theta(x)[\Theta(y+b/2)-\Theta(y-b/2)]e^{i(\omega t-\alpha x)}, \quad (1) \\ i_y &= A[\Theta(x)-1/i\alpha\delta(x)][\Theta(y+b/2)-\Theta(y-b/2)]e^{i(\omega t-\alpha x)}, \\ i_y &= A/2[\Theta(x)+\Theta(x-\tau)][\Theta(y+b/2)-\Theta(y-b/2)]e^{i(\omega t-\alpha x)}. \end{aligned}$$

По заданной y – составляющей токовой нагрузки из условия $\text{div } i = 0$ определим x – составляющую тока лобовых частей как:

$$i_x = -\int_{-\infty}^x \frac{\partial i_y}{\partial y} dx.$$

М.д.с., создаваемую пульсирующими потоками между индукторами [2], учтем эквивалентными токами:

$$i_n = f A/i\alpha[\delta(y+b/2)-\delta(y-b/2)]\Theta(x)e^{i\omega t}, \quad (2)$$

охватывающими ярма верхнего и нижнего индукторов и сосредоточенными в плоскостях $y = \pm b/2$, где f – некоторая постоянная, $\delta(\mathbf{K})$ – дельта-функция Дирака, $\Theta(\mathbf{K})$ – единичная обобщенная функция.

Так как на поверхности индуктора со стороны зазора ($x \geq 0, z = 0$) $B_x = -\mu_0 i_y$ и $B_y = \mu_0 i_x$, то из уравнения $\text{div } B = 0$ z – составляющая индукции должна удовлетворять граничному условию:

$$\frac{\partial B_z}{\partial z} = m_0 \left(\frac{\partial i_y}{\partial x} + \frac{\partial i_n}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y^2} \int_{-\infty}^x i_y dx \right). \quad (3)$$

На поверхности движущегося металла ($-\infty \leq x \leq \infty, z = \delta/2$), z – составляющую индукции необходимо подчинить такому граничному условию:

$$\frac{\partial B_z}{\partial z} - \frac{m_0 s \Delta}{2} \left(\frac{\partial B_z}{\partial t} + v \frac{\partial B_z}{\partial x} \right) = 0, \quad (4)$$

что следует из уравнения $\text{div } B = 0$, обобщенного закона Ома и закона полного тока, из которого вытекают соотношения для индукции на поверхности полосы:

$$B_x = \frac{\mu_0 \Delta}{2} j_y, \quad B_y = -\frac{\mu_0 \Delta}{2} j_x. \quad (5)$$

В соответствии с введенными допущениями магнитное поле в области $z \geq -\delta/2, -\infty \leq x \leq \infty$ за исключением разреза ($z = 0, x \geq 0$) описывается уравнением Лапласа:

$$\Delta \bar{B} = 0. \quad (6)$$

На внешней поверхности индуктора ($z = 0, x \geq 0$) необходимо добиться равенства:

$$\frac{\partial B_z}{\partial z} = \mu_0 \frac{\partial i_n}{\partial y}, \quad (7)$$

а при $x < 0, z = 0$ должны выполняться условия непрерывности магнитного поля, что эквивалентно условиям:

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_z(x, y, +0)}{\partial z} &= \frac{\partial B_z(x, y, -0)}{\partial z}; \\ B(x, y, +0) &= B_z(x, y, -0). \end{aligned} \quad (8)$$

После интегрального преобразования уравнения (6) в конечных пределах по переменной y с ядром $2/a \cos qy, q = (2k+1)\pi/a, k = 0, 1, 2, \dots$, что соответствует модели "чередующихся индукторов",

$$\bar{B}_z(x, y, z) = 2/a \int_{-a/2}^{a/2} B(x, y, z) \cos(qy) dy,$$

где a – ширина канала и интегрального преобразования Фурье по переменной x в бесконечных пределах:

$$\tilde{B}_z = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{B}_z(x, y, z) e^{ipx} dx$$

для z – составляющей индукции магнитного поля в области $z > -\delta/2$ приходим к обыкновенному дифференциальному уравнению с постоянными коэффициентами:

$$\frac{d^2 \tilde{B}_z}{dz^2} - \eta^2 \tilde{B}_z = 0, \quad \text{где } \eta^2 = q^2 + p^2.$$

Ограниченное на бесконечности в области $z > 0$ решение его имеет вид:

$$\tilde{B}_z = C_1 e^{-\eta z} \quad (9)$$

Решение в области $-\delta/2 \leq z \leq 0$, удовлетворяющее граничному условию (4) с учетом интегральных преобразований, описывается функцией

$$\begin{aligned} \tilde{B}_z &= C_2 \left[\eta \text{ch} \eta \left(\frac{\delta}{2} + z \right) + \right. \\ &\left. + \frac{i\mu\sigma\Delta}{2} (\omega - pv) \text{sh} \eta \left(\frac{\delta}{2} + z \right) \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

Постоянные интегрирования C_1 и C_2 определяются из условий сопряжения решений на границе $z = 0$, которые после введения новых функций Ψ^+ и Ψ^- таких, что

$$\Psi^+ = \begin{cases} \text{неизвестна} & \text{при } x \geq 0; \\ 0 & \text{при } x < 0, \end{cases}$$

$$\Psi^- = \begin{cases} 0 & \text{при } x \geq 0; \\ \text{неизвестна} & \text{при } x < 0, \end{cases}$$

сводятся при $z = 0$ для всех $-\infty < x < \infty$ к системе

$$\frac{\partial B(x, y, +0)}{\partial z} = \Psi^- + f_{1+},$$

$$\frac{\partial V(x, y, -0)}{\partial z} = \Psi^+ + f_+^+,$$

$$V(x, y, +0) = V_z(x, y, -0) + \Psi^+.$$

Здесь f_{1+} и f_+ - функции, равные правым частям (7) и (3) соответственно. После интегральных преобразований эта система принимает вид:

$$\left. \frac{\partial \bar{V}}{\partial z} \right|_{z=+0} = \Psi^- + F_1^+, \quad \left. \frac{\partial \bar{V}}{\partial z} \right|_{z=-0} = \Psi^- + F^+,$$

$$\bar{V} \Big|_{z=+0} = \bar{V} \Big|_{z=-0} + \Psi^+, \quad (11)$$

где Ψ^- - функция, аналитическая в нижней полуплоскости значений p , а Ψ^+ , F^+ и F_1^+ - в верхней полуплоскости, так как Ψ^- равна нулю при $x \geq 0$, а Ψ^+ , f_{1+} и f_+ - равна нулю при $x < 0$.

Здесь F^+ и F_1^+ - известные функции, равные согласно (3), (7) и (1), (2):

$$F_1^+ = \frac{4\mu_0 A_m f q \sin(qb/2)}{\alpha p}, \quad F^+ = F_0^+ + F_1^+. \quad (12)$$

Для однослойной некомпенсированной обмотки:

$$F_0^+ = -\frac{4\mu_0 A_m \sin(qb/2)}{qa} \frac{\eta^2}{p(p-\alpha)}, \quad (13)$$

для компенсированной обмотки:

$$F_0^+ = -\frac{4\mu_0 A_m \sin(qb/2)}{qa} \frac{\eta^2}{\alpha(p-\alpha)}, \quad (14)$$

для двухслойной обмотки с полузаполненными крайними пазами:

$$F_0^+ = -\frac{2\mu_0 A_m \sin(qb/2)}{qa} \frac{\eta^2 (1 - e^{ip\tau})}{p(p-\alpha)}. \quad (15)$$

Подставляя (9) и (10) в (11), находим, что

$$-\eta C_1 = \Psi^- + F_1^+, \quad (16)$$

$$\eta C_2 \left[\eta \operatorname{sh} \eta \frac{\delta}{2} + \frac{i\mu\sigma\Delta}{2} (\omega - p\nu) \operatorname{ch} \eta \frac{\delta}{2} \right] = \Psi^- + F_1^+,$$

$$C_1 = C_2 \left[\eta \operatorname{ch} \eta \frac{\delta}{2} + \frac{i\mu\sigma\Delta}{2} (\omega - p\nu) \operatorname{sh} \eta \frac{\delta}{2} \right] + \Psi^+.$$

Исключая отсюда неизвестные C_1 и C_2 , приходим к задаче Римана на действительной оси ($\operatorname{Im}(p) = 0$):

$$\Psi^+ = \Psi^- \frac{1}{\eta} \left(1 + \frac{\eta \operatorname{ch} \eta \frac{\delta}{2} + \frac{i\mu\sigma\Delta}{2} (\omega - p\nu) \operatorname{sh} \eta \frac{\delta}{2}}{\eta \operatorname{sh} \eta \frac{\delta}{2} + \frac{i\mu\sigma\Delta}{2} (\omega - p\nu) \operatorname{ch} \eta \frac{\delta}{2}} \right) -$$

$$-(F_0^+ + F_1^+) \frac{1}{\eta} \frac{\eta \operatorname{ch} \eta \frac{\delta}{2} + \frac{i\mu\sigma\Delta}{2} (\omega - p\nu) \operatorname{sh} \eta \frac{\delta}{2}}{\eta \operatorname{sh} \eta \frac{\delta}{2} + \frac{i\mu\sigma\Delta}{2} (\omega - p\nu) \operatorname{ch} \eta \frac{\delta}{2}} - \frac{1}{\eta} F_1^+ \quad (17)$$

На вещественной оси функция $\eta = \eta^+ \eta^-$ факторизуется элементарно [3]. Здесь $\eta^+ = (q - ip)^{1/2}$, $\eta^- = (q + ip)^{1/2}$. Функция η^+ имеет только одну особую точку – точку ветвления $p = -iq$ в нижней полуплоскости, главная ветвь которой определена во всей плоскости с разрезом по линии $[-iq, -i\infty]$. Функция η^- имеет особую точку (точку ветвления) в верхней полуплоскости при $p = iq$. Главная ветвь ее определена во всей плоскости с разрезом по линии $[iq, i\infty]$.

В приближении малого зазора коэффициент задачи Римана (17) можно представить отношением полиномов

$$G = \frac{x^+}{x^-} = \frac{1(p - \alpha_1)(p - \alpha_2)}{\eta(p - \beta_1)(p - \beta_2)},$$

где

$$\alpha_{1,2} = \frac{i\mu\sigma\Delta\nu}{2\delta} \pm i \left[\left(\frac{\mu\sigma\Delta\nu}{2\delta} \right)^2 + q^2 + \frac{1}{\delta^2} + \frac{i\mu\sigma\Delta\omega}{\delta} \right]^{1/2}, \quad (18)$$

$$\beta_{1,2} = \frac{i\mu\sigma\Delta\nu}{2\delta} \pm i \left[q^2 + \left(\frac{\mu\sigma\Delta\nu}{2\delta} \right)^2 + \frac{i\mu\sigma\Delta\omega}{\delta} \right]^{1/2}. \quad (19)$$

Таким образом

$$x^+ = \frac{1(p - \alpha_2)}{\eta^+(p - \beta_2)}, \quad x^- = \eta^-(p - \beta_1). \quad (20)$$

С учетом введенных канонических функций краевая задача Римана (17) принимает вид:

$$\frac{\Psi^+}{x^+} = -\frac{\Psi^-}{x^-} - \frac{F_1^+}{x^-} - \frac{2F_0^+}{d x^+} \frac{1}{(p - b_1)(p - b_2)}. \quad (21)$$

Так как F_1^+ по (12) аналитична и в нижней полуплоскости, за исключением точки $p = 0$, а последнее слагаемое аналитично в верхней полуплоскости, за исключением точки $p = \beta_1$, и с учетом (19), свободные члены задачи (20) легко разлагаются на сумму функций, аналитических в верхней и нижней полуплоскостях [4], с учетом которых единственным в классе функций $\Psi^+ \eta^+ \in L_2^+$, $\Psi^- / \eta^- \in L_2^-$ решением краевой задачи Римана (17) являются функции:

$$\Psi^+ = -\frac{2F_0^+}{\delta} \frac{1}{(p - \beta_1)(p - \beta_2)} +$$

$$+ \frac{2}{\delta} \left(\frac{F_0^+}{x^+} \right)_{p=\beta_1} \frac{x^+}{(\beta_1 - \beta_2)(p - \beta_2)} - \frac{F_1^+ x^+}{(x^-)_{p=0}},$$

$$\Psi^- = -\frac{2}{\delta} \left(\frac{F_0^+}{x^+} \right)_{p=\beta_1} \frac{x^-}{(\beta_1 - \beta_2)(p - \beta_2)} - F_1^+ +$$

$$+ F_1^+ \frac{x^-}{(x^-)_{p=0}}.$$

Подставляя найденное значение Ψ^- во второе равенство (16), находим постоянную интегрирова-

ния C_2 , с учетом которой, согласно (10), индукция в зазоре:

$$\tilde{B}_z = \frac{1}{\eta} \frac{\eta \operatorname{ch} \eta \left(\frac{\delta}{2} + z \right) + \frac{i \mu \sigma \Delta}{2} (\omega - p v) \operatorname{sh} \eta \left(\frac{\delta}{2} + z \right)}{\eta \operatorname{sh} \eta \frac{\delta}{2} + \frac{i \mu \sigma \Delta}{2} (\omega - p v) \operatorname{ch} \eta \frac{\delta}{2}} \times \left[F_1^+ - \frac{2 \left(F_0^+ \right)}{\delta \left(x^+ \right)} \right]_{p=\beta_1} \frac{x^-}{(\beta_1 - \beta_2)(p - \beta_1)} + F_1^+ \left[\frac{x^-}{(x^-)} \right]_{p=0} \quad (22)$$

В частности, для модели индуктора с бесконечными необмотанными шунтирующими участками и $\mu = \infty$ решение для магнитного поля отличается от приведенного тем, что в квадратных скобках (22) сохраняется лишь второе слагаемое, так как в этом случае необходимость в токах i_n отпадает и следует положить $F_1^+ = 0$. Если же магнитную проницаемость шунтирующих участков принять равной нулю, как это полагается в некоторых модельных представлениях машины [1], выражение в квадратных скобках в приближении малого зазора для некомпенсированных обмоток, например, принимает вид $\left[F^+ - \left(F_1^+ \right)_{p=\beta_1} \right]$.

По известной z - составляющей индукции в зазоре из условий $\operatorname{rot} B = 0$ и $\operatorname{div} B = 0$ находим x - и y - составляющие индукции:

$$\tilde{B}_x = -\frac{i p}{p^2 + q^2} \frac{\partial \tilde{B}_z}{\partial z}, \quad \tilde{B}_y = -\frac{q}{p^2 + q^2} \frac{\partial \tilde{B}_z}{\partial z}.$$

Для компенсированных обмоток необходимо в исходных допущениях положить $F_1^+ = 0$. Тогда z - составляющая индукции при $z = -\delta/2$ и $x < 0$ определяется формулой:

$$B_z = -e^{i \omega t} \sum_0^{\infty} \cos(q y) \frac{8 i \mu_0 A_m \sin(q b / 2)}{\delta q a \alpha} \times \frac{\beta_1^2 + q^2}{(\beta_1 - \alpha_2)(\beta_1 - \alpha)} \frac{\alpha_1 (\omega - \alpha_1 v)}{\alpha_1^2 + q^2} \frac{\sqrt{q - i \beta_1}}{\sqrt{q - i \alpha_1}} e^{-i \alpha_1 x},$$

при $x > 0$:

$$B_z = e^{i \omega t} \sum_0^{\infty} \cos(q y) \frac{8 i \mu_0 A_m \sin(q b / 2)}{\delta q a \alpha} \times \left\{ \frac{(\alpha_1^2 + q^2) e^{-i \alpha x}}{(\alpha - \beta_1)(\alpha - \beta_2)} - \frac{e^{-i \beta_2 x}}{(\beta_1 - \beta_2)} \right\} \times \frac{\beta_2^2 + q^2}{\beta_2 - \alpha} - \frac{\beta_1^2 - q^2}{\beta_1 - \alpha} \frac{\beta_1 - \alpha_1}{\beta_2 - \alpha_1} \frac{\sqrt{q + i \beta_2}}{\sqrt{q + i \beta_1}} \quad (23)$$

В этом случае пульсирующее поле отсутствует, а поле вне зазора затухает практически на длине машины равной высоте зазора.

По найденным \tilde{B}_x и \tilde{B}_y при $z = -\delta/2$ в соответствии с (4) и с помощью обратных преобразований находим x - и y - составляющие плотности тока в

металле для компенсированных обмоток ($F_1^+ = 0$) при $x < 0$:

$$j_y = \sum_{k=0}^{\infty} \sigma \frac{8 i \mu_0 A_m \sin(q b / 2)}{\delta q a \alpha} e^{i \omega t} \cos(q y) \times \frac{\beta_1^2 + q^2}{(\beta_1 - \alpha_2)(\beta_1 - \alpha)} \frac{\alpha_1 (\omega - \alpha_1 v)}{\alpha_1^2 + q^2} \frac{\sqrt{q - i \beta_1}}{\sqrt{q - i \alpha_1}} e^{-i \alpha_1 x}$$

$$j_x = \sum_{k=0}^{\infty} \sigma \frac{8 i \mu_0 A_m \sin(q b / 2)}{\delta q a \alpha} e^{i \omega t} \sin(q y) \times \frac{\beta_1^2 + q^2}{(\beta_1 - \alpha_2)(\beta_1 - \alpha)} \frac{i q (\omega - \alpha_1 v)}{\alpha_1^2 + q^2} \frac{\sqrt{q - i \beta_1}}{\sqrt{q - i \alpha_1}} e^{-i \alpha_1 x} \quad (24)$$

при $x > 0$:

$$j_y = \sum_{k=0}^{\infty} \sigma \frac{8 i \mu_0 A_m \sin(q b / 2)}{\delta q a \alpha} e^{i \omega t} \cos(q y) \times \left\{ \frac{\omega s \alpha e^{-i \alpha x}}{(\alpha - \beta_1)(\alpha - \beta_2)} - \frac{e^{-i \beta_2 x} \beta_1 (\omega - \beta_2 v)}{(\beta_1 - \beta_2)(\beta_2^2 + q^2)} \right\} \times \left[\frac{\beta_2^2 + q^2}{\beta_2 - \alpha} - \frac{\beta_1^2 - q^2}{\beta_1 - \alpha} \frac{\beta_1 - \alpha_1}{\beta_2 - \alpha_1} \frac{\sqrt{q + i \beta_2}}{\sqrt{q + i \beta_1}} \right]$$

$$j_x = \sum_{k=0}^{\infty} \sigma \frac{8 i \mu_0 A_m \sin(q b / 2)}{\delta q a \alpha} e^{i \omega t} \sin(q y) \times \left\{ \frac{i q \omega s e^{-i \alpha x}}{(\alpha - \beta_1)(\alpha - \beta_2)} - \frac{e^{-i \beta_2 x} i q (\omega - \beta_2 v)}{(\beta_1 - \beta_2)(\beta_2^2 + q^2)} \right\} \times \left[\frac{\beta_2^2 + q^2}{\beta_2 - \alpha} - \frac{\beta_1^2 + q^2}{\beta_1 - \alpha} \frac{\beta_1 - \alpha_1}{\beta_2 - \alpha_1} \frac{\sqrt{q + i \beta_2}}{\sqrt{q + i \beta_1}} \right] \quad (25)$$

Аналогичным образом с помощью вычетов определяется индукция магнитного поля и плотность тока в металле при некомпенсированном и двухслойном с полузаполненными крайними пазами исполнении обмоток.

Распределение магнитного поля, плотности тока в выходной зоне определяется путем перестановки индексов и изменения знаков на обратные при $\alpha, \beta_1, \beta_2, \alpha_1, \alpha_2$.

Таким образом, на основе сформулированной математической модели дано аналитическое описание в замкнутом виде электромагнитных процессов в линейной индукционной машине с учетом конечной длины магнитопроводов. Полученные результаты позволяют, в частности, определить локальное распределение вихревых токов и усилия в концевых зонах машины с учетом поперечного краевого эффекта без привлечения искусственных допущений. Не прибегая к численным расчетам, на основе общих решений можно заключить, что тепловыделение за пределами индуктора оказывается незначительным уже на расстоянии порядка высоты воздушного зазора. Связанные с продольным краевым эффектом возмущения электромагнитных полей в активной зоне зазора машины конечной ширины в близких к короткому замыканию режимах затухают практически на длине, равной ширине полосы, а с увеличением магнитного числа Рейнольдса

($Re_m = \mu\sigma(\omega - \alpha v)\Delta / (\delta\alpha^2)$) – даже меньшей. Слабо затухают они лишь при скорости движения проводящей среды, близкой к синхронной. Следовательно, в установках индукционного нагрева продольный краевой эффект не оказывает существенного влияния на распределение джоулевых тепловыделений при движении среды в направлении магнитного поля, так как наблюдающиеся неоднородности электромагнитных полей и джоулевых тепловыделений в направлении движения среды сглаживаются в результате ее перемещения. Поэтому равномерность нагрева определяется характером распределения джоулевых тепловыделений по ширине металла, обусловленных, в первую очередь, бегущей составляющей плотности тока. Распределение джоулевых тепловыделений на единицу длины машины можно оценить в первом приближении, используя только бегущую составляющую плотности тока и первую гармонику разложения ее по y -координате

$$P_{дж} = \left(\frac{j_x^* j_x}{2\sigma} - \frac{j_y^* j_y}{2\sigma} \right) \Delta = \frac{32\mu_0^2 A_m^2 \sin^2 q_0 b/2 \sigma \omega^2 s^2 \Delta}{\delta^2 a^2 \alpha^2 |q_0^2 + \lambda^2|^2} \times, \quad (26)$$

$$\times \left[\frac{\alpha^2}{q_0^2} \cos q_0 y + \sin q_0 y \right]$$

$$q_0 = \pi/a, \lambda^2 = \alpha^2 + \frac{i\mu\sigma\omega s \Delta}{\delta}.$$

Отсюда следует, что равномерное в проводящей среде джоулево тепловыделение может быть достигнуто при $a = \tau$. Но это возможно лишь при условии, что высшие гармоники разложения по y отсутствуют либо пренебрежительно малы. Если выбрать ширину сердечников магнитопроводов равной $2/3a$, то третья и кратные трем гармоники станут равными нулю, так как при этом $\sin(3k\pi b/2a) = 0$. При малых магнитных числах Рейнольдса другими высшими гармониками можно пренебречь и с точностью до 10% достаточно ограничиться определением джоулевых тепловыделений по формуле (26). При магнитных числах Рейнольдса, больших единицы, необходимо учитывать все высшие гармоники токов, причем, для достижения минимальной неоднородности тепловыделений соотношения между полюсным делением, шириной сердечников и шириной металла могут отличаться от полученных выше. Для определения оптимальных значений этих соотношений выполняются многовариантные расчеты по (26). Но проведенные вычисления показывают, что невозможно с идеальной равномерностью нагреть металл ни при больших, ни при малых магнитных числах Рейнольдса. Однако, надлежащим выбором соотношений τ/a и b/a для заданных магнитных чисел Рейнольдса представляется

возможным нагреть полосу с неравномерностью по ширине 5-10 %, что зачастую удовлетворяет требованиям по равномерности механических свойств для большинства сплавов, особенно при термообработке до мягкого состояния.

Выводы.

1. В представлении линейной индукционной машины с нулевой толщиной магнитопроводов разработана математическая модель машины конечной ширины и с помощью краевой задачи Римана для преобразованных по Фурье функций в замкнутом виде дано аналитическое описание электромагнитных процессов в концевых зонах линейной индукционной машины с учетом шунтирующих потоков с боковых граней и спинок индукторов.

2. Влияние ограниченности размеров магнитопроводов изучено для трех наиболее употребительных исполнений обмоток: некомпенсированного, компенсированного и двухслойного. Определены отличительные особенности решений для рассмотренной модели от известных представлений индукторов с бесконечной и нулевой проницаемостью неограниченных шунтирующих участков магнитопроводов.

3. Полученные результаты позволяют определить электромагнитное поле и джоулево тепловыделение в активной и концевых зонах машины с учетом поперечного краевого эффекта без привлечения обычно весьма условных искусственных допущений.

4. Установлено, что в металлической полосе на уровне боковых граней магнитопроводов наблюдается резкое возрастание локальной джоулевой диссипации, величина которой зависит от электрофизических свойств металла и конструктивного исполнения индуктора. При малых магнитных числах Рейнольдса для достижения удовлетворительной равномерности нагрева проводящей полосы необходимо ширину магнитопроводов индукторов выбирать равной $2/3$ ширины, а полюсное деление – равным ширине полосы. При больших магнитных числах Рейнольдса ширину сердечников и полюсное деление следует выбирать приблизительно равным $3/4$ ширины нагреваемой полосы.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ДАННЫЕ

1. Вилнитис А.Я., Дриц М.С. Концевой эффект в линейных асинхронных двигателях. Задачи и методы решения. - Рига: Зинатне, 1981. – 258 с.
2. Кондратенко И.П., Ращепкин А.П. Электрические параметры и характеристики индукционных машин с магнитопроводом конечной длины // Праці Інституту електродинаміки НАН України, Електротехніка-2001. – 2001. - С. 60-71.
3. Нобл Б. Метод Винера – Хопфа. – М.: Иностранная литература, 1962. – 279 с.
4. Гахов Ф.Д., Черский Ю.И. Уравнения типа свертки. – М.: Наука, 1978. – 295 с.

Стаття надійшла 12.04.2007 р.