УДК 536.24

МОДЕЛЮВАННЯ НАДВИСОКОЧАСТОТНОГО НАГРІВАННЯ МАТЕРІАЛА В УМОВАХ ПЕРЕВИДБИТТЯ ПЛОСКОЇ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОЇ ХВИЛІ

Яковенко В. О., к. ф.-м. н., доц.
Академія митної служби України, м. Дніпропетровськ
49000 м. Дніпропетровськ, вул. Дзержинського, 2
E-mail: yakovenko@ua. fm

Построена математическая модель процесса теплообмена с фазовыми превращениями под действием сверхвысокочастотного поля, возбужденного многоразовым переотражением плоской электромагнитной волны, с учетом изменения поперечного сечения материала и фазовым преобразованием его поверхности.

Ключевые слова: модель, теплообмен, фазовые превращения, сверхвысокочастотная энергия.

The mathematical model of process of heat exchange with phase changes under activity of the superhigh-frequency field raised by reusable reflection of a flat electromagnetic wave, in view of change of traversal section of a material and phase transformation of its surface is constructed.

Keywords: model, heat exchange, phase changes, superhigh-frequency energy.

Вступ. Звичайно передача тепла здійснюється за рахунок конвекції і теплопровідності. Звідси неминучий температурний градієнт (перепад) від поверхні в глибину матеріалу, причому тим більший, чим менше теплопровідність. Зменшити або, майже, усунути великий градієнт температур можна за рахунок збільшення часу обробки. У багатьох випадках тільки за рахунок повільного нагрівання вдається уникнути перегріву поверхневих шарів оброблюваного матеріалу. Прикладами таких процесів є випал кераміки, одержання полімерних сполук. За допомогою енергії випромінювання надвисоких частот можна не тільки рівномірно нагрівати діелектрик по його об'єму але й одержувати за бажанням будь-який заданий розподіл температур. Тому при надвисокочастотному нагріванні відкриваються можливості багаторазового прискорення ряду технологічних процесів.

Аналіз попередніх досліджень. Задачі теплопровідності під дією енергії надвисоких частот в областях із рухливими межами належать до класу нелінійних задач. При рішенні цих задач визначають температурну функцію і положення межі фазового переходу із системи нелінійних диференціальних рівнянь. Тому при вирішенні практичних задач тепломасообміну в областях із рухливими межами використовуються чисельні і чисельно - аналітичні методи [1].

Застосування класичних методів розв'язання задач теплообміну, що протікає під дією енергії надвисокочастотного випромінювання, обмежується складністю геометрії області, у якій визначається рішення, розмаїтістю крайових умов, нелінійністю в граничних умовах. Тому поширення одержали наближені методи: кінцево-різницевий, варіаційні, метод кінцевих елементів. Разом із тим, поряд зі створенням моделей процесів теплообміну, актуальним є розвиток алгоритмів і методів розв'язання задач теплопровідності при надвисокочастотному нагріванні для перемінних областей [2].

Мета роботи. У тепломасообмінних процесах, що виникають і протікають у діелектрику під дією енергії надвисоких частот (НВЧ), особливе значення має тепловиділення в матеріалі. Створення наукових основ у дослідженні таких процесів ускладнено процесом теплообміну, що супроводжується фазовими перетвореннями в умовах дії енергії надвисокочастотних електромагнітних полів. Тому створення моделей, які б адекватно описували їхні важливі властивості й ефективні алгоритми їхньої реалізації є актуальною задачею як із наукової, так і з практичної точок зору.

Матеріал і результати дослідження. У технічних системах для застосування НВЧ нагрівання збуджують електромагнітне поле у діелектричному матеріалі. Такі умови можуть бути створені багаторазовим перевидбиттям плоскої електромагнітної хвилі що проходить безпосередньо через матеріал. У таких випадках слід ураховувати можливість зміни поперечного перерізу матеріалу в умовах фазового перетворення його поверхні під дією збудженого електромагнітного поля.

Таке припущення визначає, що температурне поле у шарі діелектрика описується наступною крайовою задачею теплопровідності з рухомою межею $x(t)$:

$$\frac{\partial t}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + g(t, y), \; t \rangle 0, \; 0 \langle y \langle x(t), \qquad (1)$$

$$t(0, y) = j(y), \quad 0 \langle y \langle x(t), \qquad (2)$$

$$-l\left.\frac{\partial t}{\partial y}\right|_{y=0}=a_1\left(t(t,0)-t_c\right),\ t\rangle 0\ , \qquad (3)$$

$$l\left.\frac{\partial t}{\partial y}\right|_{y=x(t)}=a_2\left(t(t,x(t))-t_c\right),\ t\rangle 0\ , \qquad (4)$$

де a^2 - коефіцієнт температуропроводності, l - коефіцієнт теплопровідності, a_1, a_2 - коефіцієнти тепловіддачі, t_c - температура навколишнього середовища, $x(t)$ - межа фазового перетворення поверхні матеріалу.

Для розв’язку задачі (1) - (4) застосуємо метод комп’ютерного моделювання, в основу якого покладено інтегральні перетворення. При його застосуванні слід мати на увазі, що функціональні ряди, які мають вид розв’язку задачі, в околинні меж області розв’язку збігаються нерівномірно. У роботі [3] зазначено, що причиною такої збіжності є побудова ядер інтегральних перетворень, коли кожен член ряду задовольняє однорідним граничним умовам. Для покращення збіжності функціональних рядів, які є розв’язками задач з неоднорідними умовами, слід застосовувати підхід, що ґрунтується на представленні розв’язку задачі у вигляді суми двох функцій:

$$t(t,x)=U(t,x)+W(t,x)\ ,$$

де $U(t,x)$ - розв’язок рівняння теплопровідності з однорідними граничними умовами, $W(t,x)$ - функція, яка задовольняє неоднорідним граничним умовам і вид якої можна знайти за допомогою методики, наприклад запропонованої в роботі [4].

Тоді розв’язок крайової задачі (1) - (4) запишемо у вигляді:

$$t=t_c+\sum_{n=1}^{\infty}y_n(t)NV_n(t,y)\ , \qquad (5)$$

де $V_n(t,y)=U_n(t,y)/N$ - нормалізована власна функція, $U_n(t,y)=\cos\frac{m_n y}{x}-\frac{a_1 x}{l m_n}\sin\frac{m_n y}{x}$ - власна функція задачі Штурма – Ліувілля, m_n - додатні корені характеристичного рівняння:

$$ctg\, m_n=\frac{a_1 a_2 x^2-l^2 m_n^2}{l x^2(a_1+a_2)}. \qquad (6)$$

Ураховуючи, що норма власної функції визначається співвідношенням

$$N=\int_0^x r\left[U_n(t,y)\right]^2 dy\ ,$$

уведемо позначення

$$j_n(t)=y_n(t)N\ .$$

Таким чином, розв’язок (5) буде мати наступний вигляд

$$t=t_c+\sum_{n=1}^{\infty}j_n(t)V_n(t,y). \qquad (7)$$

На основі алгоритму [5] визначимо задачу Коші для системи звичайних диференціальних рівнянь першого порядку відносно коефіцієнтів $j_n(t)$ функціонального ряду (7):

$$\frac{dj_n}{dt}+\left(\frac{m_n a}{x}\right)^2 j_n=G_n(t)+\sum_{m=1}^{\infty}g_{nm}j_m\ , \qquad (8)$$

$$j_n(0)=\int_0^{x(0)}\left[j(y)-t_c\right]V_n(0,y)dy\ , \qquad (9)$$

$$g_{nm}=\frac{1}{2\left(m_n^2-m_m^2\right)}\times$$
$$\times\left(m_n h_{nm}^1-\frac{a_1 x h_{nm}^2}{l}+\frac{a_1 x h_{nm}^3}{l}-\frac{a_1^2 x^2 h_{nm}^1}{l^2 m_m}\right),$$
$$n\neq m,$$

$$g_{nm}=\frac{\left(\cos 2m_n-1\right)\left(l^2 m_n^2-a_1 x^2\right)}{4l^2 m_n^2}-\frac{a_1 x\sin 2m_n}{2l m_n},$$
$$n=m,$$

$$h_{nm}^1=(m_n+m_m)\cos(m_n-m_m)+$$
$$+(m_n-m_m)\cos(m_n+m_m)-2\left(m_n^2+m_m^2\right),$$

$$h_{nm}^2=(m_n+m_m)\sin(m_n-m_m)-$$
$$-(m_n-m_m)\sin(m_n+m_m),$$

$$h_{nm}^3=(m_n+m_m)\sin(m_n-m_m)+$$
$$+(m_n-m_m)\sin(m_n+m_m),$$

Визначимо квадрат модуля напруженості електричного поля та функцію питомої поглиненої потужності наступними співвідношеннями [3]:

$$\left|E(y)\right|^2 = \left|\frac{S_{21}}{1+S_{11}\Gamma_н e^{-2zx}}\right|^2 \times$$
$$\times\left(\left|e^{-a\,y} + \Gamma_н e^{-z(2x-y)}\right|^2\right),$$

$$g(t,y) = Ae^{-2ay} + Be^{2ay} + C\cos 2b\,(y-x),$$

де $S_{11} = \Gamma$ - коефіцієнт відбиття на межі „повітря-діелектрик», $S_{21} = \sqrt{1-\left|\Gamma\right|}^2$, $\Gamma = (W_1 - W_2)/(W_1 + W_2)$, W_1, W_2 - характеристичний опір повітря і діелектричного матеріалу відповідно, $\Gamma_н$ - коефіцієнт відбиття від відбиваючої межі ($\Gamma_н = -1$ - для металевої межі, $\Gamma_н = 1$ - для межі у вигляді решітки з позамежніх хвилеводів), $z = a + jb$, a - коефіцієнт згасання, b - фазовий коефіцієнт, d - провідність матеріалу, $A = \dfrac{d\left|S_{21}\right|^2}{\left|1+\Gamma_н S_{11}e^{-2zx}\right|^2}$, $B = A\Gamma_н^2 e^{-4ax}$, $C = 2A\Gamma_н e^{-2ax}$

Далі необхідно визначити функцію:

$$G_n(t) = \int_0^x g(t,y)V_n(t,y)dy,$$

яка після перетворень має вигляд:

$$G_n(t) = Ax\left[\frac{1}{l\left(4a^2x^2 + m_n^2\right)}\times\right.$$
$$\times\left(le^{-2ax}\left(m_n \sin m_n - 2ax\cos m_n\right) + 2a\,l\,x +\right.$$
$$\left.\left. + a_1x\left(2ax + \cos m_n\right)e^{-2ax} + a_1x\right)\right] +$$
$$+ Bx\left[\frac{1}{l\left(4a^2x^2 + m_n^2\right)}\times\right.$$
$$\times\left(le^{2ax}\left(m_n \sin m_n + 2ax\cos m_n\right) +\right.$$
$$\left.\left. + 2ax - a_1x\left(2ax - \cos m_n\right)e^{2ax} - a_1x\right)\right] +$$
$$+ C\left[\frac{1}{l\left(4b^2x^2 - m_n^2\right)}\left(2bxl\sin 2bx - l\,m_n \sin m_n -\right.\right.$$
$$\left.\left. - a_1x^2\left(\cos m_n - \cos x\right)\right)\right].$$

Висновки. Якщо порівняти розподіл температур (7) з отриманими результатами в роботі [6] можна зробити висновок про те, що в частковому випадку, коли зафіксувати межу фазового перетворення $x(t) = h$ із урахуванням перевідбиття падаючої плоскої НВЧ хвилі між межею розділу діелектрика з повітрям і з відбиваючою поверхнею, то результати співпадають.

Таким чином, запропонована модель процесу НВЧ нагрівання діелектричних матеріалів для узагальнюючого випадку, отриманого в даній роботі, дає визначення поля температур в змінній за часом області.

ЛІТЕРАТУРА

1. СВЧ-энергетика: Пер. с англ./Под ред. Э. Окресса. Т. 3. Применение энергии сверхвысоких частот в медицине, науке и технике. - М.: Мир, 1971. - 249 с.

2. Давидович М. В., Явчуновский В. В. Моделирование электромагнитных полей в камере СВЧ нагрева // Вопросы прикладной физики: Межвуз. науч. сб. - Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2004. - Вып.10. - С. 49-54.

3. Гринберг Г. А. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. - М.: АН СССР, 1948. – 729 с.

4. Никитенко Н. И. Теория тепломассопереноса. - К: Наукова думка, 1983. – 352 с.

5. Яковенко В. А. Математическая модель плавления диэлектрического материала при его термической обработке энергией сверхвысоких частот // Вісник Дніпропетровського університету. Випуск 5. Механіка.–Дніпропетровськ: ДНУ.-2001.– С.137-145.

6. Анфиногентов В. И. Математическое моделирование СВЧ нагрева диэлектриков. - Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2006. - 137 с.

Стаття надійшла 7.06.2007
Рекомендовано до друку д. т. н., проф. Саленком О. Ф.