

УДК 621.797:621.664

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ЛАЗЕРНОЙ РЕЗКИ ТОНКОЛИСТОВЫХ ЗАГОТОВОК

Марцинюк О.Б., аспирант, Драгобецкий В.В., д.т.н., проф., Пирогов Д.Л., ст. преподаватель, Карпович Е.Н., магистр, Чемерис Е.В., магистр
 Кременчугский государственный политехнический университет имени Михаила Остроградского

39614, г. Кременчуг, ул. Первомайская, 20

E – mail: kafea@polytech.poltava.ua

Розроблено фізико-математичну модель, що описує процес руйнування матеріалу енергією лазерного випромінювання. Прийнято допущення, що вся енергія, що надходить на поверхню йде на випаровування та нагрівання матеріалу за рахунок теплопровідності. Коректність моделі оцінюється за часом утворення виїмки.

Ключові слова: лазерне випромінювання, випар матеріалу, модель.

In the given paper be developed a physics-mathematical model which describes a material destruction process by energy of laser radiation is developed In this article. An assumption is accepted, that all energy acting on surface leaves on evaporation and heating a material on account of heat conductivity. A model correctness is estimated at times educations of coulisse.

Keywords: laser radiation, evaporation of material, model.

Вступление. Механическая и термическая резка металлов весьма важны для многих областей техники. Значительный интерес представляет создание новых устройств, предназначенных для специальных материалов, а также для тех случаев, когда желательно обеспечить некоторую степень автоматизации указанных процессов.

В последнее время для резания были предприняты попытки использования мощных лазеров (а также электронных пучков). Основная идея состоит в том, чтобы сфокусировать значительную мощность на малой площади поверхности металла, создавая таким образом интенсивный нагрев и испарение с последующим разделением листового материала рис.1

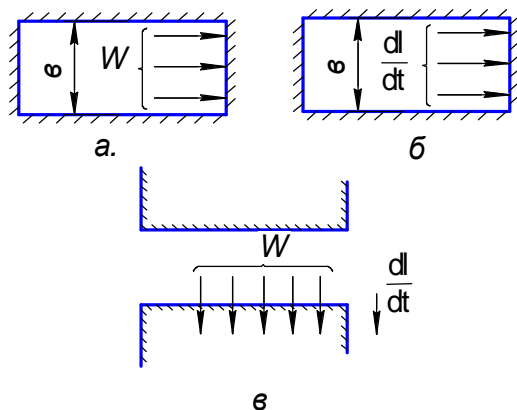


Рисунок 1 – Образование выемки при лазерной резке тонколистовой заготовки

При резке необходимо постараться обеспечить такие условия процесса, чтобы проделанный рез

прямо проходил сквозь материал и избежать, таким образом, затекания расплавленного металла обратно в отверстие и застывания его там.

Рассмотрим математическую модель, главная область применения которой – глубокая резка листового заготовки.

Анализ предыдущих исследований. Существующие методы определения параметров лазерной резки основаны на анализе температурного поля разрезаемой поверхности материала для случая быстро движущегося источника теплоты [1]. Большинство моделей взаимодействия лазерного излучения с материалом [2-4], наиболее апробированных в настоящее время, не учитывают специфических особенностей взаимодействия лазерного излучения с твердым телом, громоздки и не пригодны для инженерных расчетов.

Цель работы. Разработка математической модели, описывающей процесс резки тонколистовой заготовки высокоэнергетическим пучком лазерного излучения, для определения максимальной скорости резки.

Материал и результаты исследований. Рассмотрим высокоэнергетический пучок лазерного излучения или электронов, сфокусированный на малом участке поверхности металла. Определенная доля энергии поглощается, а остальная часть - отражается. Поглощение энергии происходит внутри слоя, толщина которого обычно гораздо меньше миллиметра, что вызывает поверхностный нагрев материала и рост температуры поверхности. Последняя, однако, растет не безгранично. Существуют два процесса, ограничивающие рост температуры. Первым является перенос тепла в глубь мате-

риала от нагретых к холодным участкам, обусловленный теплопроводностью. Второй обусловлен испарением. Когда температура материала достигает точки кипения, скрытое тепло поглощается без дальнейшего увеличения температуры в процессе испарения материала. При удалении пара от поверхности материала в металле образуется выемка. Задача количественного описания этого процесса и вызывает необходимость математического моделирования.

В течение, по крайней мере, начальных стадий образования выемки гидродинамические явления не играют существенной роли. В рассматриваемой модели предполагается, что процесс образования выемки не осложнен подобными явлениями. Для того чтобы показать внутреннюю непротиворечивость этого предположения, на некотором этапе решения задачи будет необходимо сравнить характерное время образования выемки, полученное по модели, основанной на теории теплопроводности, с характерным временем движения жидкости. Таким образом, рассматриваемая модель описывает, по существу, процесс разрушения материала, при котором энергия лазерного излучения не отражается поверхностью, а уходит частично на испарение и частично переносится за счет теплопроводности внутрь материала.

В площади δl считается, что вся энергия, поступающая на поверхность, используется для испарения материала. Этот предельный режим испарения может возникать двумя путями. Первый реализуется, когда энергия поступает на поверхность слишком быстро, так что тепло не успевает распространиться в глубь металла. Во втором случае плотность мощности пучка постоянна, а распределение температуры впереди границы области испарения приближается к стационарному.

Предположим, что мощность W распределена равномерно по некоторой поверхности; пусть излучение приложено по нормали к поверхности. За интервал времени δt поступает энергия, равная $W\delta t$. Пусть длина возникающей выемки равна δ , тогда объем испарившегося материала равен $S\delta l$. Используя закон сохранения энергии, получим:

$$Sh\rho\delta l = W\delta t \quad (1)$$

Здесь h - количество тепла, требуемое для испарения единицы массы материала, ρ - плотность материала. Преобразуя это выражение и полагая $\delta t \rightarrow 0$, получим скорость роста длины выемки в виде:

$$\frac{ds}{dt} = \frac{W}{h\rho S} \quad (2)$$

Уравнение (2) показывает, что для любого материала предельная скорость пропорциональна плотности энерговыделения W/A . Интегрируя уравнение (1) и полагая $s=0$ при $t=0$, найдем длину выемки в произвольный момент времени t .

$$l(t) = \frac{E(t)}{h\rho S b} \int_0^t W dt, \quad (3)$$

или

$$l(t) = \frac{E(t)}{h\rho S b}, \quad (4)$$

где $E(t)$ - полная энергия, выделенная источником за промежуток времени $(0, t)$. Таким образом, в предельном режиме испарения длины выемки зависит только от полной энергии, поступившей на поверхность.

На практике всегда существует перенос некоторого количества тепла в материал за счет теплопроводности, так что скорость в предельном режиме испарения представляет собой верхнюю границу скорости роста глубины выемки в металле. Интересно вычислить характерное время достижения этой предельной скорости. Общая задача движения границы раздела фаз с учетом теплопроводности известна как задача Стефана.

Предположим сначала, что тепло переносится в направлении, нормальном к поверхности. По существу, необходимо решить одномерное нестационарное уравнение теплопроводности:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{D} \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (5)$$

для температуры внутри материала $T(z, t)$ вместе с граничными условиями на движущейся границе $z = s(t)$ и на тыльной поверхности материала. Здесь $D = K/(\rho c)$ - коэффициент температуропроводности, K, ρ, c — коэффициент теплопроводности, плотность и удельная теплоемкость соответственно.

Условие по движущейся границе получается в результате применения закона сохранения энергии в виде:

(скорость поглощения энергии поверхностью) = (скорость преобразования энергии в скрытую теплоту испарения) + (скорость переноса тепла в глубь материала), т.е.

$$\frac{W}{A} = L_v \rho \frac{ds}{dt} - K \frac{\partial T}{\partial z}, \quad (6)$$

где L_v - скрытая теплота испарения на единицу массы. Другое граничное условие состоит в том, что температура движущейся границы приближенно равна температуре точки кипения, так что

$$T = T_v \text{ при } z = l(t), \quad T = 0, \text{ при } l \rightarrow \infty. \quad (7)$$

На практике для всех материалов всегда существует некоторое испарение при температурах ниже действительной точки кипения. Однако давление пара при этом обычно незначительно по сравнению с атмосферным давлением, за исключением случая, когда температура очень близка к точке кипения. Таким образом, условие (7) представляет собой вполне удовлетворительную аппроксимацию.

Сохраняя достаточную точность, можно не учитывать нарушение непрерывности на фазовой границе.

Эта задача Стефана по сравнению с ее классическим вариантом оказывается более сложной благодаря наличию слагаемого, описывающего тепловыделение на движущейся границе. Обычным подходом к решению задачи является использование численных методов (Ландау, 1950; Риди, 1965), что вызвано сложностью краевых задач теории теплопроводности с подвижной границей раздела фаз. Здесь, однако, стоит обратить внимание на простоту решения в предельном режиме испарения.

Возможно получение достаточно простого решения по крайней мере в том случае, когда скорость движения границы близка к скорости в предельном режиме испарения. В этом случае порядок отношения характерной величины потерь тепла за счет теплопроводности к величине скрытой теплоты парообразования с использованием соотношения (1) можно записать и виде:

$$\left| \frac{K(\partial T / \partial t)}{L_v \rho (dl / dt)} \right| = \frac{KO(T_v / l^*)}{L_v \rho O(W / hpA)}, \quad (8)$$

где l^* представляет собой некоторое характерное расстояние, на котором происходит падение температуры в материале. Это расстояние определяется соотношением:

$$l^* = \frac{D}{(W / hpA)}. \quad (9)$$

Подставляя значения l^* и D , а также полагая $h = L_v + cT_v$, найдем

$$\left| \frac{K(\partial T / \partial z)}{L_v \rho (dl / dt)} \right| = 0(\varepsilon), \quad (10)$$

где

$$\varepsilon = \frac{cT_v}{L_v} = \frac{\text{тепло, требуемое для нагревания материала до точки кипения}}{\text{тепло, затрачиваемое на испарение при температуре кипения}}$$

является величиной, постоянной для данного материала. Для многих материалов, представляющих практический интерес, ε обычно меньше единицы. Следовательно, решение при $\varepsilon=0$ (т. е. когда не учитывается теплопроводность) соответствует приемлемому приближению при условии, что эффекты, связанные с теплопроводностью, малы. Полное решение будем искать в виде ряда по степеням ε , хотя на практике обычно используются только первые два или три члена любого ряда, полученного при помощи такого рода разложений по малому параметру.

Для того чтобы определить движение границы по истечении достаточно большого промежутка времени, построим решение задачи при помощи разложения по малому параметру $\varepsilon = \frac{cT_v}{L_v}$.

Для корректного определения членов различного порядка удобно ввести безразмерные переменные в виде:

$$\theta = \frac{T}{T_v}, \quad \zeta = \frac{z}{l^*}, \quad \tau = \frac{\vartheta t}{l^*}, \quad \xi = \frac{l}{l^*}. \quad (11)$$

Обозначая через ϑ скорость движения границы в предельном режиме испарения, из уравнения (1) получим:

$$\vartheta = \frac{W}{(cT_v + L_v)\rho A} = \frac{W / (L_v \rho A)}{1 + \varepsilon}. \quad (12)$$

Характерная длина l^* определяется соотношением (9). Тогда уравнение (5) в безразмерных переменных принимает вид:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \zeta^2} = \frac{\partial \theta}{\partial \tau} \quad (13)$$

с условиями

$$\{(d\xi / d\tau) - 1\} - \varepsilon \{(\partial \theta / \partial \zeta) + 1\} = 0 \quad (14)$$

и

$$\theta = 1, \quad (15)$$

на подвижной границе

$$\zeta = \xi(\tau). \quad (16)$$

Будем искать решение в виде следующих разложений функций θ и ξ по параметру ε :

$$\theta(\zeta, \tau) = \theta_0(\zeta, \tau) + \varepsilon \theta_1(\zeta, \tau) + \dots, \quad (17)$$

$$\xi(\tau) = \xi_0(\tau) + \varepsilon \xi_1(\tau) + \dots$$

Подставляя q и x в уравнение (13) и условия (14), (15), для членов нулевого порядка получим

$$\frac{\partial^2 \theta_0}{\partial \zeta^2} = \frac{\partial \theta_0}{\partial \tau}, \quad \frac{d\xi_0}{d\tau} = 1, \quad \theta_0 = 1, \quad (18)$$

Если не учитывать явления предварительного нагрева, происходящего до достижения на границе температуры, соответствующей точке кипения материала, решение нулевого порядка x_0 можно получить путем интегрирования второго уравнения (18) в виде

$$x_0 = t, \quad (19)$$

Чтобы определить нулевое приближение θ_0 для распределения температуры, необходимо решить уравнение теплопроводности (первое уравнение (18) - в области, граница которой движется с постоянной скоростью $d\xi_0 / d\tau = 1$, при температуре на границе $\theta_0 = 1$. Простой метод решения этой задачи заключается в применении преобразования Лапласа к первому уравнению (14), что приводит к распределению температуры в виде:

$$\theta_0 = \frac{1}{2} \left[e^{-(\zeta-\tau)} \operatorname{erfc} \left(\frac{\zeta/2 - \tau}{\tau^{1/2}} \right) + \operatorname{erfc} \left(\frac{\zeta}{2\tau^{1/2}} \right) \right], \quad (20)$$

где $\operatorname{erfc}(x)$ - дополнительная функция ошибок

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\pi^{1/2}} \int_x^{\infty} e^{-y^2} dy, \quad (21)$$

Уравнения порядка ε имеют вид:

$$\frac{\partial^2 \theta_2}{\partial \zeta^2} = \frac{\partial \theta_1}{\partial \tau}, \quad \frac{d\xi_1}{d\tau} = 1 + \frac{\partial \theta_0}{\partial \zeta}, \quad \theta_1 = 0. \quad (22)$$

Дифференцируя θ_0 в выражении (17) по ζ и подставляя полученный результат во второе уравнение (18), найдем:

$$\frac{d\xi_1}{d\tau} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\tau^{1/2}}{2}\right) - \frac{1}{(\pi\tau)^{1/2}} e^{-\tau/4}. \quad (23)$$

Объединяя вторые равенства из (18) и (22), получим корректное выражение для безразмерной скорости подвижной границы:

$$\frac{d\xi}{d\tau} = 1 + \varepsilon \left\{ \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\tau^{1/2}}{2}\right) - \frac{1}{(\pi\tau)^{1/2}} e^{-\tau/4} \right\} + O(\varepsilon^2) \quad (24)$$

Зависимость безразмерной скорости испаряющейся границы от безразмерного времени приведена на рис. 2.

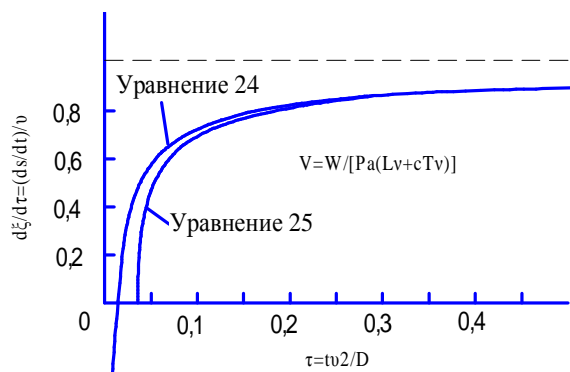


Рисунок 2 – Изменение безразмерной скорости границы фазового перехода в зависимости от безразмерного времени при $\varepsilon = 0,2$

Для времени τ порядка единицы скорость достаточно близка к своему асимптотическому значению, определяемому выражением (1). Однако при малых временах решение (24) становится непригодным, т. к. оно дает отрицательные скорости. Следовательно, где-то была допущена неточность. Основной недостаток приведенных рассуждений содержится в нашем предположении, что решение при $\varepsilon = 0$ (в котором не учитывалась теплопроводность) будет служить хорошим приближением для всех моментов времени. Это означает, что в граничном

условии (3) слагаемое $K\partial T/\partial z$, описывающее теплопроводность, должно быть мало по сравнению со слагаемым $L_v \rho ds/dt$, которое соответствует скрытой теплоте парообразования. В действительности же, поскольку граница начинает двигаться из состояния покоя (т. е. $ds/dt = 0$ при $t = 0$), то при достаточно малых временах слагаемое, описывающее затраты тепла на испарение, не может быть большим по сравнению со слагаемым, описывающим перенос тепла за счет теплопроводности. Таким образом, для малых времен наше решение содержит внутреннее противоречие. Анализ полученного решения показывает, что из выражения (20) следует, что $d\xi/d\tau \rightarrow -\varepsilon(\pi\tau)^{-1/2}$ при $\tau \ll 1$.

Для того, чтобы обойти возникшую трудность, нужно отдельно рассмотреть решение для малых времен, выбирая иной масштаб для безразмерного времени и положения подвижной границы. Это приводит к обычной задаче теории сингулярных возмущений, и ее решение мы оставляем в качестве упражнения для вдумчивого читателя.

Полное решение с точностью до слагаемых первого порядка по ε имеет вид:

$$\frac{d\xi}{d\tau} = \left[1 + \varepsilon \left\{ \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\tau^{1/2}}{2}\right) - \frac{1}{(\pi\tau)^{1/2}} e^{-\tau/4} \right\} \right] \times \frac{2}{\pi} \left\{ 1 + \frac{\varepsilon}{\pi\tau^{1/2}} \right\} \arcsin \left\{ \left(1 - \frac{\pi\varepsilon^2}{4\tau} \right)^{1/2} \right\}. \quad (25)$$

Это решение приведено графически на рис.2. Заметим, что решение (25) не начинается в точке $\tau = 0$. Последнее связано с тем, что для нагревания лицевой поверхности материала от начальной температуры $\theta = 0$ до температуры испарения $\theta = 1$ требуется определенное время.

Выводы. Разработана математическая модель процесса лазерной резки тонколистовых заготовок, позволяющая определить предельную скорость резки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Крылов К.И., Прокопенко В.Т., Митрофанов А.С. Применение лазеров в машиностроении и приборостроении. - Л.: Машиностроение, 1978. - 336 с.
2. Рыкалин Н.Н. Расчет тепловых процессов при сварке. - М.: Машгиз, 1951. - 296 с.
3. Меркин Л.И. Физические основы обработки материалов лучами лазера. - М.: Изд-во МГУ, 1975. - 383с.
4. Коваленко В.С. Лазерная технология: Учебник-К.: Вища шк.. Головное изд-во, 1989. – 280 с.

Статья поступила 11.05.2008.

Рекомендовано к печати д.т.н., проф. Масловым А.Г.