

УДК 629.74: 532.53

**ПОЛИНОМИАЛЬНАЯ АППРОКСИМАЦИЯ ПОЛЕЙ СКОРОСТИ ТЕЧЕНИЙ
В ОГРАНИЧЕННЫХ ОБЪЕМАХ**

Ковалев В.А., к.т.н., доц.

Национальный технический университет Украины "Киевский политехнический институт", г. Киев

01056, г. Киев, просп. Победы, 37

E-mail: vaskov@ukr.net

Наведений аналіз результатів експериментальних досліджень поведінки рідини в обмежених об'ємах при розворотах космічного апарата на орбіті Землі. Отримані профілі швидкостей рідини у баках апроксимуються ступеневими рядами, які у сполученні з критеріальними оцінками адекватно надають картину інерційного руху палива у баках.

Ключові слова: рух рідини, невагомість, космічні апарати

The results of experimental investigations of liquid flows in spacecraft tanks during its orbital motions are presented. The flow velocity profiles are approximated by power series that in combination with similarity criteria provide the adequate picture of inertial fuel flows in spacecraft tanks.

Key words: liquid flows, inertial fuel flows, spacecraft tanks

Введение. Создание объектов ракетной и космической техники включает в себя разработку многочисленных узлов и агрегатов, взаимодействующих между собой и обеспечивающих работоспособность и высокую надежность работы объекта в целом. Одной из ключевых систем космического аппарата (КА) является объединенная двигательная установка (ОДУ), включающая в себя реактивные двигатели с соответствующей запорно-регулирующей аппаратурой и топливные баки с компонентами жидкого топлива и окислителя.

При движении КА на различных участках полета на жидкие компоненты топлива действуют различные внешние силы, обуславливая случайные и неконтролируемые движения жидкости в топливных баках [1,2]. В свою очередь, движущаяся жидкость затем воздействует на стенки баков и внутрибаковые конструкции и может вызвать отклонения КА от штатной траектории полета и нормального режима работы двигателей. Для компенсации таких инерционных воздействий на борту КА и обеспечения стабильности и надежности управления объектом периодически включается система ориентации и стабилизации (СОС) КА. Включения СОС требуют дополнительного расхода топлива, запасы которого на борту трудновосполнимы, поэтому задача эффективного управления объектом и снижения затрат топлива представляется весьма актуальной как с точки зрения продолжительности и надежности полета, так и экологии околоземного пространства.

Цель работы. Для повышения эффективности управления КА с учетом влияния жидкого топлива в натуральных условиях требуется создание комплекса экспериментальных стендов и методов моделирования исследуемых внутрибаковых процессов, проведения большого объема экспериментальных и аналитических исследований с учетом известных и специально разработанных для конкретной задачи

критериев подобия. Это позволит распространить полученные при моделировании в лаборатории результаты на большинство типоразмеров объектов и установить величины и направления силовых воздействий со стороны жидкости на конструкции КА. Данные по силовым воздействиям и круговым моментам вводятся в бортовой вычислительный комплекс, что позволяет более рационально построить работу СОС и повысить степень безопасности полета и надежности управления КА, а также сэкономить значительное количество топлива.

Для корректного моделирования внутрибаковых гидродинамических процессов на кафедре прикладной гидроаэромеханики и мехатроники Национального Технического университета Украины «КПИ» создан комплекс экспериментальных стендов [3,4], позволяющий максимально приблизить лабораторные условия к натурным за счет применения основных критериев геометрического и гидродинамического подобия.

Материал и результаты исследований. Исследовались переходные инерционные течения несжимаемой жидкости в баках от твердотельного вращения с оболочкой до полного покоя жидкости. Для этого методиками моделирования предусматривался предварительный разгон сферической емкости с жидкостью до заданной угловой скорости вращения оболочки, а затем резкая остановка емкости с одновременным измерением параметров скорости и круговых моментов вязкого трения жидкости о стенки сосуда. Результаты многоточечных измерений позволили построить нестационарные трехмерные поля скоростей и круговых моментов в сферическом, цилиндрическом и тороидальном сосудах [4].

Критеріальні оцінки результатів вимірювань зробані з допомогою таких безрозмірних комплексів – центробіжних і миттєвих чисел Рейнольд-

са (Re_0 и Re_i), числа Россби (Ro), инерционных и вязкостных чисел Струхала (Sh_Ω и Sh_v), а силовые воздействия - с помощью чисел Ньютона Ne и Эйлера Eu [4]. Полученные обобщенные зависимости позволили получить достаточно полную картину инерционного осесимметричного течения.

Анализ и аппроксимация результатов измерений. Как отмечалось в предыдущих работах [4], построенные по результатам измерений эпюры компонент вектора скорости течения выражают сильно нелинейное распределение окружной скорости по радиусу сосуда (рис. 1). В экваториальной области сферического сосуда ($\theta = \pi / 2$) эпюра окружной скорости имеет несколько характерных зон, отражающих специфику осесимметричного инерционного течения в ограниченном объеме. Это почти твердотельное распределение в приосевой области $R = 0 - 0,35$, обозначенное цифрой 1 (R – безразмерное расстояние от оси вращения $R = r/R_0$). Седлообразные участки кривых вплоть до максимального значения наблюдаются на эпюрах в диапазоне $R = 0,35 - 0,82$, названном зоной 2, а область с сильным влиянием пристеночного заторможенного течения, которое формируется за счет вязкой диффузии на стенках сосуда ($R = 0,82 - 1,0$) – зоной 3.

Следует отметить, что в начальные моменты переходного процесса ($T \leq 0,42$), когда велики инерционные свойства течения и малы его вязкостные параметры, нелинейности распределения окружной компоненты скорости выражены более заметно. Как видно из рисунка, между зонами 2 и 3 существует пиковое значение скорости ($T = 0,42, R = 0,82$), которое характеризует предел распространения вязкостных свойств течения и соответственно сильно нелинейную область течения.

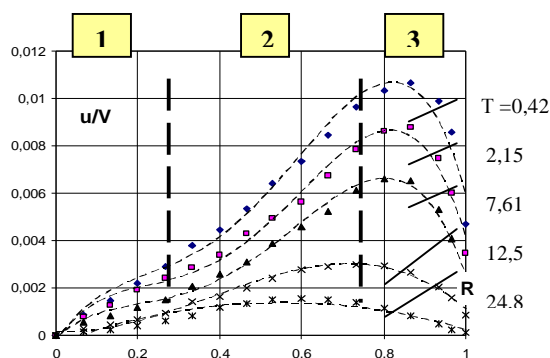


Рисунок 1 - Эпюры окружной компоненты скорости u в экваториальной плоскости сферического сосуда при различных значениях времени процесса затухания при $Re_0 = 2350$

С точки зрения структуры вторичных течений в меридиональных плоскостях именно в этой точке находится центр циркуляции, обусловленный неравновесием центробежных сил инерции и радиального градиента давления. С возрастанием времени процесса и уменьшением градиентов окружной

скорости интенсивность циркуляции увеличивается, оказывая влияние на эпюру скорости u/V .

Пиковая область кривой, представляющая наибольший интерес с точки зрения динамики развития пристеночной области течения, формирует параболический участок, который сам по себе можно аппроксимировать полиномом второй степени. Однако, с учетом смежных с ним участков кривой, где с одной стороны имеет место пограничный слой на вогнутых стенках сферы, а с другой - почти линейная зависимость квазитвердого ядра течения, порядок аппроксимации значительно возрастает.

Поэтому аналитическое описание резких нелинейностей, например, с помощью степенных рядов, сопряжено с определенными трудностями при определении степени полинома.

Для анализа профилей скорости, приведенных на рис. 1, приняты стандартные степенные ряды вида

$$S = \sum_{i=0}^n a_i X^i .$$

Полиномиальная форма представления экспериментальных результатов достаточно сложна для определения интервала сходимости ряда и достоверности аппроксимации, однако она наиболее точно описывает нелинейные особенности переходных гидродинамических процессов.

В качестве искомой функции можно представить безразмерную окружную компоненту скорости, полученную в результате прямых термоанемометрических измерений в модельных сферических сосудах [3]:

$$u / V = u_1 / W_0 \cdot R_0 .$$

Эту функцию можно назвать центробежным числом Россби, а в качестве переменной ряда принять безразмерный радиус сосуда R . Например, кривую при $T = 0,42$ можно представить полиномом четвертой степени -

$$Ro = u / \Omega_0 \cdot R_0 = a_0 + a_1 \cdot R + a_2 \cdot R^2 + a_3 \cdot R^3 + a_4 \cdot R^4 ,$$

где a_i – коэффициенты полинома, равные соответственно $a_0 = -0,0003$, $a_1 = 0,1819$, $a_2 = -4,7235$, $a_3 = 64,617$ и $a_4 = -263$.

Определение интервала сходимости по признаку Лейбница для знакопеременных степенных рядов позволила установить радиус сходимости, а также оценить с помощью стандартных компьютерных программ достоверность аппроксимации кривых, которая составляла не менее 0,96. Весовая оценка коэффициентов полиномов позволяет пренебречь весьма малыми величинами, например, a_0 и a_1 . В результате получим:

$$Ro = R^2 (a_2 + a_3 \cdot R + a_4 \cdot R^2) .$$

С возрастанием времени процесса затухания скорости ($T = 7,6$), уменьшением влияния инерционных свойств потока и увеличением влияния вязкостных характеристик вклад коэффициентов в полиноме изменяется. Например, a_4 становится равным – 199,04, $a_3 = 47,6$, $a_4 = -3,3$, а вклад величин a_0 и a_1

становиться ще меншим, поэтому мы ими пренебрегаем.

Дальнейшее уменьшение окружной скорости ($T = 12,5$) и возрастание влияния вязкой диффузии за счет возрастания толщины пристеночного заторможенного течения приводит к сглаживанию сильных нелинейностей эпюры скорости и резко снижает весовые характеристики коэффициентов при больших степенях полинома. Это позволяет снизить степень полинома и описать кривую, например, полиномом третьей степени

$$Ro = a_0 + a_1 \cdot R + a_2 \cdot R^2 + a_3 \cdot R^3,$$

где $a_3 = -5,489$, $a_2 = 0,926$, $a_1 = 0,0099$ и $a_0 = 0,0002$, пренебрегая при этом весьма малыми коэффициентами a_1 и a_0 , получим следующее выражение:

$$Ro = R^2(0,926 - 5,489 \cdot R)$$

При больших значениях времени затухания скорости, близких к максимальным величинам (порядка 350 - 420 секунд), уравнение зависимости безразмерной скорости или приведенного числа Россби будет выглядеть как полином второго порядка -

$$Ro = -0,0004 + 0,042 \cdot R - 0,254 \cdot R^2$$

или пренебрегая свободным членом уравнения, получим

$$Ro = 0,254 \cdot R(0,165 - R)$$

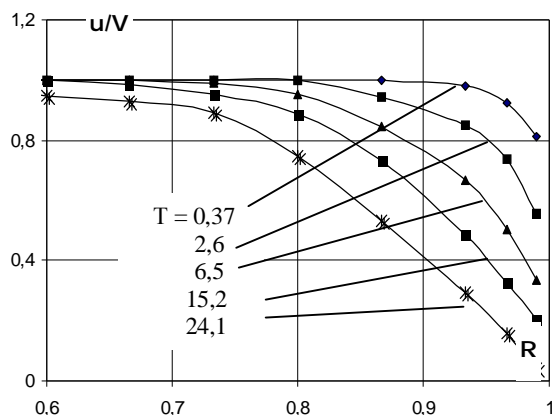


Рисунок 2 – Развитие пристеночного заторможенного течения в сферическом сосуде при начальном числе Рейнольдса $Re_0=3560$ при различных значениях времени затухания

Таким образом, с помощью степенных рядов можно аппроксимировать достаточно сложные кривые распределения скорости, проверить их физический смысл и степень достоверности. При этом погрешность аппроксимации может составлять от 2 до 6 %, что свидетельствует о достаточно высокой достоверности полученных результатов. Введение указанных характеристик в уравнения движения жидкости позволяют построить эмпирическую базу данных по полям скорости во всем диапазоне критерияльных зависимостей.

При построении трехмерного поля скорости инерционного течения важную роль играет характер развития пристеночного заторможенного течения, в области которого достаточно существенны силы вязкого трения жидкости о стенки сосуда и между соседними слоями. Именно пристеночная область служит средством торможения инерционного течения жидкости и транспортирует суммарный момент инерции движущейся жидкости стенкам сосуда, а значит, всей конструкции КА.

При экспериментальном исследовании полей окружной скорости в пристеночной области сферического сосуда ($\delta = 0,75 - 0,98 \cdot R_0$) важным представлялось проследить характер затухания скорости в сравнении с приосевой областью квазитвердого вращения жидкости. На рис. 2 приведены результаты измерений окружной скорости при различных значениях времени процесса затухания.

Например, кривую при $T = 0,37$, когда формирование пристеночного течения только начинается и влияние вязкости происходит в весьма тонком пограничном слое на вогнутой стенке, с достаточно высокой (до 97 %) достоверностью можно аппроксимировать полиномом шестой степени

$$Ro = b_0 + b_1 \cdot R + b_2 \cdot R^2 + b_3 \cdot R^3 + b_4 \cdot R^4 + b_5 \cdot R^5 + b_6 \cdot R^6,$$

где коэффициенты соответственно равны $b_0 = 0,996$, $b_1 = 3,82$, $b_2 = -357,8$, $b_3 = 1,18 \cdot 10^4$, $b_4 = -1,74 \cdot 10^4$, $b_5 = 10^6$, $b_6 = -3 \cdot 10^6$.

Весовая оценка членов уравнения позволяет пренебречь только двумя первыми слагаемыми, однако, уже при $T = 6,5$ кривую можно характеризовать полиномом 4-й степени:

$$Ro = -1,511 + 127,1 \cdot R - 2319,2 \cdot R^2 + 1,81 \cdot 10^4 R^3 - 5,14 \cdot 10^4 R^4,$$

а при $T = 14,7$ – полином 3-й степени

$$Ro = 2,458 - 57,36 \cdot R + 7,18 \cdot 10^2 R^2 - 2,86 \cdot 10^2 R^3.$$

При больших значениях времени затухания окружной скорости, $T > 24,1$, влияние пограничного слоя становится определяющим и эпюра окружной скорости достаточно корректно описывается квадратным уравнением:

$$Ro = -1,08 + 46,62 \cdot R - 263,4 \cdot R^2,$$

или фактически

$$Ro = -263,4 \cdot R \cdot (R - 0,18).$$

Таким образом, свойство вязкой диффузии жидкости в пристеночной области сосуда способствует сглаживанию сильных нелинейностей кривых эпюр скорости и несколько упрощает аналитическое описание экспериментальных результатов.

Как отмечалось в предыдущей работе [4], природа затухания окружной скорости вращающегося течения носит экспоненциальный характер и в большой степени зависит от того, насколько контрольная точка близка к стенкам емкости. Это также свидетельствует о большом вкладе сил вязкого

трения на стенках сосуда в распределение скорости во всем пространстве течения.

Выводы. Аппроксимация экспериментальных зависимостей экспоненциальными или степенными рядами позволяет представить природу сложных трехмерных течений в ограниченных объемах. В частности, с помощью такого анализа можно установить области возникновения существенных нелинейностей и характер их развития во времени переходного процесса.

Преобразование данных по скоростям к силовым зависимостям позволит определить градиенты и направления воздействия инерционных течений на стенки баков и внутрибаковые конструкции стабилизаторов. Это, в свою очередь, обеспечит достаточно корректную картину распределения круговых моментов воздействия со стороны жидкости на конструкцию КА в целом, параметры которой можно ввести в бортовую ЭВМ.

Наиболее существенным для определения параметров параметров трехмерных нестационарных течений в ограниченных объемах представляется возможность создания на базе полученных экспериментальных результатов полуэмпирических зависимостей компонент скорости в сферическом сосуде при различных значениях времени. Это существенно дополнит результаты исследований ассиметричных потоков и продвинет теорию на качественно новый теоретический уровень.

ЛИТЕРАТУРА

1. Беляев Н.М., Уваров Е.И. Пневмогидравлические системы космических аппаратов. Расчет и проектирование.- М.: Высшая школа, 1988.- 322 с.
2. Богомаз Г.И., Сирота С.А. Колебания жидкости в баках. Методы и результаты экспериментальных исследований. - Днепропетровск: НАН Украины, Ин-т техн. механики.- 2002.- 306 с.
3. Зельдович Я.Б., Мышкис А.Д. Элементы прикладной математики. - М.: Наука, 1967. - 646 с.
4. Ковалев В.А. Физическая модель нестационарного инерционного потока жидкости в сферическом сосуде // Вестник Нац. Техн. Ун-та Украины «КПИ», Машиностроение. – 2005. – Вып. 46, стр. 119-123.

Стаття надійшла 05.05.2008 р.
Рекомендовано до друку д.т.н., проф.
Саленком О.Ф.