

УДК 62-83:621.77

## СИНТЕЗ РОБАСТНОГО $H^\infty$ -СУБОПТИМАЛЬНОГО РЕГУЛЯТОРА ПОЛОЖЕНИЯ ПОЗИЦИОННОГО ЭЛЕКТРОПРИВОДА

*Полилов Е.В., к.т.н., доц., Зеленев А.Б., д.т.н., проф., Руднев Е.С., магистрант  
Донбасский государственный технический университет  
94204, г. Алчевск, пр. Ленина, 16  
E-mail: egor.polilov@mail.ru, azelenov@mail.ru*

В роботі наведено синтез системи робастного керування позиційним електроприводом постійного струму з  $H^\infty$ -субоптимальним регулятором положення, яка функціонує в умовах неповної інформації про об'єкт і з урахуванням його структурних невизначеностей. Синтезований  $H^\infty$ -субоптимальний регулятор забезпечує необхідну точність відпрацювання заданих переміщень і ступінь чутливості до параметричних та координатних збурень, що діють на об'єкт.

**Ключові слова:** робастне керування, структурна невизначеність, субоптимальний регулятор.

In the paper presents the synthesis of the robust control system of the position electric DC drive with suboptimal  $H^\infty$  position controller working in the conditions of the incomplete information on object and with the account of its structural uncertainty. The synthesized suboptimal  $H^\infty$  controller provides necessary accuracy of working off the set moving and sensitivity level to parametric and co-ordinate perturbations acting on the installation.

**Key words:** robust control, structural uncertainty, suboptimal  $H^\infty$  controller.

**Введение.** Современный период развития теории управления характеризуется постановкой и решением задач, учитывающих неточность знаний об объектах управления и действующих на них внешних возмущений. Задачи синтеза регулятора и оценивания состояния с учетом неопределенности в модели объекта и характеристика входных воздействий являются одними из центральных в современной теории управления. Их важность обусловлена прежде всего тем, что практически в любой инженерной задаче конструирования системы управления присутствует неопределенность (или ошибка) в модели объекта (математическая модель объекта, полученная на основе теории или в результате идентификации, отличается от реальной технической системы) и в знании класса входных возмущений.

Основная и принципиально новая идея по синтезу робастного управления состоит в том, чтобы единственным регулятором обеспечить устойчивость замкнутой системы не только для номинального (без учета ошибок модели) объекта, но и для любого объекта, принадлежащего множеству «возмущенных» объектов, определяемых классом неопределенности.

**Анализ предыдущих исследований.** Результаты теории  $H^\infty$ -оптимального управления, полученные классическим методом, явились своеобразным завершением первого этапа её развития, начавшегося ещё работой [1].

Многие работы, опубликованные после 1984 года, развивали так называемый «подход 1984», пред-

ложенный Дж. Дойлом [2], в котором на основе теории ганкелевской аппроксимации Гловера [3] дана процедура в пространстве состояний решения проблемы  $H^\infty$ -оптимизации для случая конечномерных линейных систем.

В 1989 году на основе ряда ключевых результатов в фундаментальной работе [4] была сформулирована новая концепция подхода к решению задачи  $H^\infty$ -оптимизации, получившая название «2-Риккати подхода». Суть подхода заключалась в том, что оптимальная задача заменялась субоптимальной. Метод «2-Риккати подхода» сочетает в себе классическую теорию автоматического управления и метод пространства состояний. Кроме того, данный подход позволяет разработчикам в процессе проектирования задавать требуемые характеристики качества и робастной устойчивости замкнутой системы. Метод не только приводит к гораздо более простому алгоритму поиска оптимального решения в сравнении с подходом 1984 года, но и даёт регулятор, порядок которого равен порядку оптимизируемого объекта.

Применительно к ряду электромеханических систем теория робастного управления широко развивается под руководством Кузнецова Б.И. и Никитиной Т.Б. Так, например, в работах [5-6] рассмотрен синтез цифровых робастных систем для многоканальных электромеханических систем.

В известных авторам работах не рассматриваются вопросы придания электроприводу помимо свойств робастности дополнительно и свойств мо-

дальних систем с наперед заданим розподіленням нулей і полюсів, а також можливості формування бажаної динаміки системи. Починаючи з даної роботи, авторами буде представлено цикл статей, присвячених розробці робастно-модального управління електро механічними системами, в тому числі і з використанням скользящих режимів.

**Цель работы** - розробка робастної системи управління позиційного електропривода з  $H^\infty$ -субоптимальним регулятором положення, функціонуючий в умовах неповної інформації об'єкту і з урахуванням його неопределенностей.

**Материал и результаты исследования.** В качестве объекта управления принят позиционный электропривод с приводным электродвигателем постоянного тока и управляемым транзисторным преобразователем для питания якорной цепи двигателя. При математическом описании объекта магнитный поток двигателя полагается постоянным, влияние реакции якоря и вихревых токов не учитывается (двигатель компенсирован). Эти допущения являются общепринятыми, позволяющими описать динамику системы линейными дифференциальными уравнениями 4-го порядка.

Структурная схема силовой части объекта управления (ОУ) показана на рис. 1. Здесь двигатель постоянного тока представлен в виде последовательно включенных апериодического и интегрирующего звеньев, охваченных жесткой отрицательной обратной связью по противо-э.д.с машины. Звено перехода от окружной скорости электродвигателя к положению - интегратор с коэффициентом передачи  $k_{мех}$ .

Из структурной схемы рис. 1 следует система уравнений, описывающая ОУ в форме Коши:

$$\begin{cases} pS = k_{мех} \omega; \\ p\omega = \frac{c\Phi_n}{J_\Sigma} I; \\ pI = -\frac{c\Phi_n}{R_3 T_3} \omega - \frac{1}{T_3} I + \frac{1}{R_3 T_3} E_{п}; \\ pE_{п} = -\frac{1}{T_{\mu}} E_{п} + \frac{k_{п}}{T_{\mu}} U_y, \end{cases} \quad (1)$$

где  $S$  - перемещение механизма, мм;  $\omega$  - угловая скорость двигателя, рад/с;  $\Phi$  - магнитный поток двигателя, Вб;  $I$  - ток якорной цепи, А;  $E_{п}$  - э.д.с. управляемого преобразователя, В;  $U_y$  - управляющее напряжение, В.

Для синтеза робастной САР целесообразно ввести относительные фазовые координаты:

$$x_1 = \frac{S}{S_M}; \quad x_2 = \frac{\omega}{\omega_M}; \quad x_3 = \frac{I}{I_M}; \quad x_4 = \frac{E_{п}}{E_{пM}}; \quad u = \frac{U_y}{U_{yM}},$$

приняв в качестве базовых величин максимальные значения абсолютных координат  $S_M, \omega_M, I_M, E_{пM}$ ,

$U_{yM}$ .

С учетом введения относительных фазовых координат система уравнений, описывающая объект управления, принимает вид:

$$\begin{cases} px_1 = a_{12}x_2; \\ px_2 = a_{23}x_3; \\ px_3 = a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + a_{34}x_4; \\ px_4 = a_{44}x_4 + b_4u, \end{cases} \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} a_{12} &= \frac{k_{мех} \omega_M}{S_M}; & a_{23} &= \frac{c\Phi_n I_M}{J_\Sigma \omega_M}; \\ a_{32} &= -\frac{c\Phi_n \omega_M}{R_3 T_3 I_M}; & a_{33} &= -\frac{1}{T_3}; & a_{34} &= \frac{E_{пM}}{R_3 T_3 I_M}; \\ a_{44} &= -\frac{1}{T_{\mu}}; & b_4 &= \frac{k_{п} U_{yM}}{T_{\mu} E_{пM}}. \end{aligned}$$

На основании системы уравнений составим структурную схему позиционной системы (рис. 2). Преобразуем полученную структурную схему относительно:  $J_\Sigma, R_3, L_3$  и  $k_{п}$ . Результат преобразований представлен на рис. 3.

Предположим, что в реальной системе четыре физических параметра:  $J_\Sigma, R_3, L_3$  и  $k_{п}$  либо точно не известны, либо изменяются в процессе работы. Тем не менее можно предположить, что их значения заключаются в определенно известных интервалах, т.е.:

$$\begin{cases} J_\Sigma = \bar{J}_\Sigma (1 + p_{J_\Sigma} \delta_{J_\Sigma}); & R_3 = \bar{R}_3 (1 + p_{R_3} \delta_{R_3}); \\ L_3 = \bar{L}_3 (1 + p_{L_3} \delta_{L_3}); & k_{п} = \bar{k}_{п} (1 + p_{k_{п}} \delta_{k_{п}}), \end{cases} \quad (3)$$

где  $\bar{J}_\Sigma = 1,55 \text{ кгм}^2, \bar{R}_3 = 0,137 \text{ Ом}, \bar{L}_3 = 1,725 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$  и  $\bar{k}_{п} = 70,5 \text{ В/В}$  - это так называемые номинальные значения  $J_\Sigma, R_3, L_3$  и  $k_{п}$ ;  $p_{J_\Sigma}, p_{R_3}, p_{L_3}, p_{k_{п}}$  и  $\delta_{J_\Sigma}, \delta_{R_3}, \delta_{L_3}, \delta_{k_{п}}$  представляют возможные (относительные) отклонения этих четырех параметров. Полагаем:

$$\begin{aligned} p_{J_\Sigma} &= 0,4, & p_{R_3} &= 0,3, & p_{L_3} &= 0,2, & p_{k_{п}} &= 0,1, \\ -1 &\leq \delta_{J_\Sigma}, \delta_{R_3}, \delta_{L_3}, \delta_{k_{п}} &\leq 1. \end{aligned}$$

Эти четыре величины (рис. 3) могут быть заменены блок-схемами составляющих  $\bar{J}_\Sigma, p_{J_\Sigma}, \delta_{J_\Sigma}$  и т.д. Следует отметить, что отношение  $1/J_\Sigma$  может быть представлено как линейное дробное преобразование (ЛДП) в функции неопределенности  $\delta_{J_\Sigma}$ .

Верхнее ЛДП определим как функцию:

$$f(\delta) = \frac{\alpha + \beta\delta}{1 + \gamma\delta} = F_U(M, \delta), \quad (4)$$

где:

$$M = \begin{bmatrix} -\gamma & 1 \\ \beta - \alpha\gamma & \alpha \end{bmatrix}. \quad (5)$$

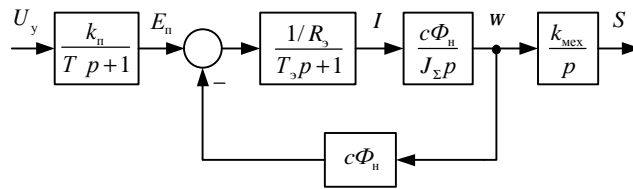


Рисунок 1 – Структурная схема ОУ позиционного электропривода

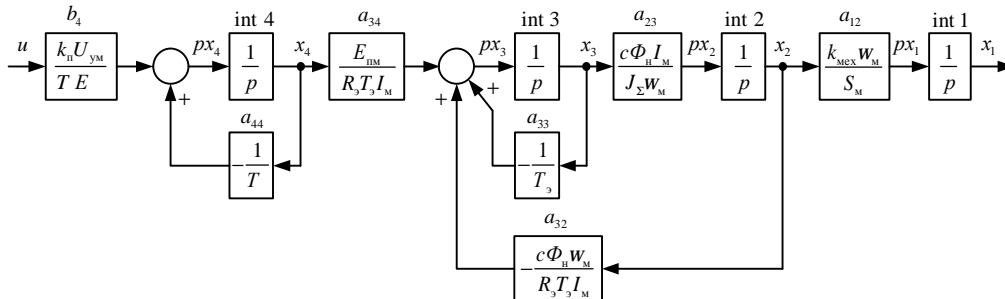


Рисунок 2 – Нормированная структурная схема ОУ позиционного электропривода

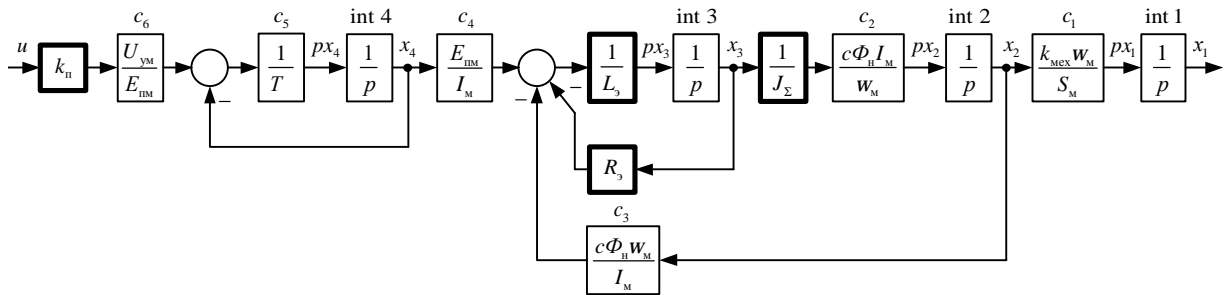


Рисунок 3 – Преобразованная структурная схема относительно неопределённых параметров

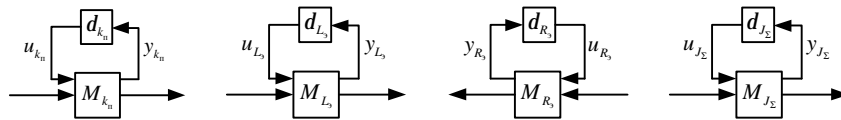


Рисунок 4 – Представление неопределенных параметров как ВЛДП

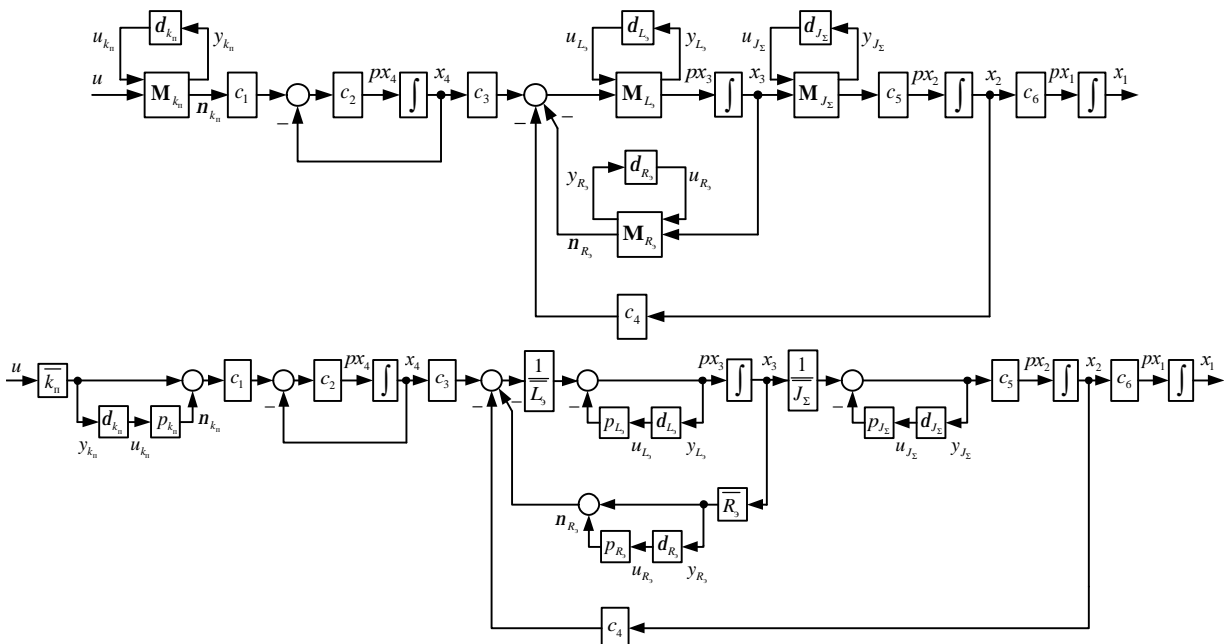


Рисунок 5 – Структурные схемы ОУ позиционного электропривода с неопределенными параметрами, представленными ВЛДП

Для нашего случая:

$$\frac{1}{J_{\Sigma}} = \frac{1/\bar{J}_{\Sigma}}{1+p_{J_{\Sigma}}\delta_{J_{\Sigma}}} = F_U(\mathbf{M}_{J_{\Sigma}}, \delta_{J_{\Sigma}}), \quad (5)$$

где  $\alpha = 1/\bar{J}_{\Sigma}$ ,  $\beta = 0$ ,  $\gamma = p_{J_{\Sigma}}$ .

Тогда

$$\mathbf{M}_{J_{\Sigma}} = \begin{bmatrix} -p_{J_{\Sigma}} & 1/\bar{J}_{\Sigma} \\ -p_{J_{\Sigma}} & 1/\bar{J}_{\Sigma} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Параметр  $L_3 = \bar{L}_3(1+p_{L_3}\delta_{L_3})$  также может быть представлен как верхнее ЛДП в функции неопределённости  $\delta_{L_3}$ :

$$\frac{1}{L_3} = \frac{1/\bar{L}_3}{1+p_{L_3}\delta_{L_3}} = F_U(\mathbf{M}_{L_3}, \delta_{L_3}), \quad (7)$$

где:

$$\mathbf{M}_{L_3} = \begin{bmatrix} -p_{L_3} & 1/\bar{L}_3 \\ -p_{L_3} & 1/\bar{L}_3 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Параметры  $R_3$  и  $k_{\Pi}$  представим как верхнее ЛДП в функции неопределённости  $\delta_{R_3}$  и  $\delta_{k_{\Pi}}$ :

$$R_3 = \bar{R}_3(1+p_{R_3}\delta_{R_3}) = F_U(\mathbf{M}_{R_3}, \delta_{R_3}), \quad (9)$$

где  $\alpha = \bar{R}_3$ ,  $\beta = p_{R_3}\bar{R}_3$ ,  $\gamma = 0$ .

Тогда

$$\mathbf{M}_{R_3} = \begin{bmatrix} 0 & \bar{R}_3 \\ p_{R_3} & \bar{R}_3 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

аналогично

$$k_{\Pi} = \bar{k}_{\Pi}(1+p_{k_{\Pi}}\delta_{k_{\Pi}}) = F_U(\mathbf{M}_{k_{\Pi}}, \delta_{k_{\Pi}}), \quad (11)$$

где:

$$\mathbf{M}_{k_{\Pi}} = \begin{bmatrix} 0 & \bar{k}_{\Pi} \\ p_{k_{\Pi}} & \bar{k}_{\Pi} \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Рассмотренные выше неопределённые параметры в виде ЛДП представлены структурными схемами на рис. 4. Для дальнейшего представления обобщённой структурной схемы ОУ с четырьмя неопределёнными параметрами  $J_{\Sigma}$ ,  $R_3$ ,  $L_3$  и  $k_{\Pi}$  определим входы и выходы звеньев  $\delta_{J_{\Sigma}}$ ,  $\delta_{R_3}$ ,  $\delta_{L_3}$ ,  $\delta_{k_{\Pi}}$  как  $u_{J_{\Sigma}}$ ,  $u_{R_3}$ ,  $u_{L_3}$ ,  $u_{k_{\Pi}}$  и  $y_{J_{\Sigma}}$ ,  $y_{R_3}$ ,  $y_{L_3}$ ,  $y_{k_{\Pi}}$  соответственно, что показано на рис. 5.

Согласно представленным выражениям, уравнения, связывающие все входы с соответствующими им выходами, могут теперь рассматриваться как:

$$\begin{bmatrix} y_{J_{\Sigma}} \\ px_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -p_{J_{\Sigma}} & 1/\bar{J}_{\Sigma} \\ -p_{J_{\Sigma}} & 1/\bar{J}_{\Sigma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{J_{\Sigma}} \\ x_3 \end{bmatrix}; \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} y_{L_3} \\ px_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -p_{L_3} & 1/\bar{L}_3 \\ -p_{L_3} & 1/\bar{L}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{L_3} \\ x_4c_3 - v_{R_3} - x_2c_4 \end{bmatrix}; \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} y_{R_3} \\ v_{R_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \bar{R}_3 \\ p_{R_3} & \bar{R}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{R_3} \\ x_3 \end{bmatrix}; \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} y_{k_{\Pi}} \\ v_{k_{\Pi}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \bar{k}_{\Pi} \\ p_{k_{\Pi}} & \bar{k}_{\Pi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{k_{\Pi}} \\ u \end{bmatrix}; \quad (16)$$

$$\begin{cases} u_{J_{\Sigma}} = \delta_{J_{\Sigma}}y_{J_{\Sigma}}; u_{L_3} = \delta_{L_3}y_{L_3}; \\ u_{R_3} = \delta_{R_3}y_{R_3}; u_{k_{\Pi}} = \delta_{k_{\Pi}}y_{k_{\Pi}}. \end{cases} \quad (17)$$

В результате дальнейших преобразований при исключении величин  $v_{R_3}$  и  $v_{k_{\Pi}}$ , получаем уравнения, описывающие динамику системы:

$$\begin{bmatrix} px_1 \\ px_2 \\ px_3 \\ px_4 \\ y_{J_{\Sigma}} \\ y_{L_3} \\ y_{R_3} \\ y_{k_{\Pi}} \\ y \end{bmatrix} = \begin{array}{c|ccc|cc} \begin{matrix} 0 & c_6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_5/\bar{J}_{\Sigma} & 0 & -p_{J_{\Sigma}}c_5 & 0 \\ 0 & -c_4/\bar{L}_3 & -\bar{R}_3/\bar{L}_3 & c_3/\bar{L}_3 & 0 & -p_{L_3} \\ 0 & 0 & 0 & -c_2 & 0 & 0 \end{matrix} & & & & & \\ \hline \begin{matrix} 0 & 0 & 1/\bar{J}_{\Sigma} & 0 & -p_{J_{\Sigma}} & 0 \\ 0 & -c_4/\bar{L}_3 & -\bar{R}_3/\bar{L}_3 & c_3/\bar{L}_3 & 0 & -p_{L_3} \\ 0 & 0 & \bar{R}_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} & & & & & \\ \hline \begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} & & & & & \end{array} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ u_{J_{\Sigma}} \\ u_{L_3} \\ u_{R_3} \\ u_{k_{\Pi}} \\ u \end{bmatrix}; \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} u_{J_{\Sigma}} \\ u_{L_3} \\ u_{R_3} \\ u_{k_{\Pi}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{J_{\Sigma}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_{L_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_{R_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta_{k_{\Pi}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{J_{\Sigma}} \\ y_{L_3} \\ y_{R_3} \\ y_{k_{\Pi}} \end{bmatrix}. \quad (19)$$

Определим динамику входов/выходов позиционной системы как  $\mathbf{G}_{pos}$ , учитывая при этом неопределённость параметров как это показано на рис. 6.  $\mathbf{G}_{pos}$  имеет 5 входов ( $u_{J_{\Sigma}}$ ,  $u_{L_3}$ ,  $u_{R_3}$ ,  $u_{k_{\Pi}}$ ,  $u$ ), 5 выходов ( $y_{J_{\Sigma}}$ ,  $y_{L_3}$ ,  $y_{R_3}$ ,  $y_{k_{\Pi}}$ ,  $y$ ) и 4 состояния ( $x_1, x_2, x_3, x_4$ ).

$\mathbf{G}_{pos}$  в матричном представлении:

$$\mathbf{G}_{pos} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B}_1 & \mathbf{B}_2 \\ \mathbf{C}_1 & \mathbf{D}_{11} & \mathbf{D}_{12} \\ \mathbf{C}_2 & \mathbf{D}_{21} & \mathbf{D}_{22} \end{bmatrix}, \quad (20)$$

где:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & c_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_5/\bar{J}_\Sigma & 0 \\ 0 & -c_4/\bar{L}_3 & -\bar{R}_3/\bar{L}_3 & c_3/\bar{L}_3 \\ 0 & 0 & 0 & -c_2 \end{bmatrix}, \\
 \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -p_{J_\Sigma} c_5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -p_{L_3} & -p_{R_3}/\bar{L}_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{k_{\Pi}} c_1 c_2 \end{bmatrix}, \\
 \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \bar{k}_{\Pi} c_1 c_2 \end{bmatrix}, \mathbf{D}_{21} = [0 \ 0 \ 0 \ 0], \mathbf{D}_{22} = 0, \\
 \mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1/\bar{J}_\Sigma & 0 \\ 0 & -c_4/\bar{L}_3 & -\bar{R}_3/\bar{L}_3 & c_3/\bar{L}_3 \\ 0 & 0 & \bar{R}_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\
 \mathbf{D}_{11} = \begin{bmatrix} -p_{J_\Sigma} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -p_{L_3} & -p_{R_3}/\bar{L}_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\
 \mathbf{D}_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \bar{k}_{\Pi} \end{bmatrix}, \mathbf{C}_2 = [1 \ 0 \ 0 \ 0].$$

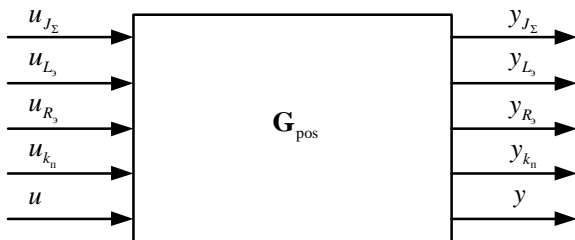


Рисунок 6 – Вход/выходные соотношения позиционной системы

Из этого видно, что  $\mathbf{G}_{pos}$  зависит только от  $\bar{J}_\Sigma$ ,  $\bar{L}_3$ ,  $\bar{R}_3$ ,  $\bar{k}_{\Pi}$ ,  $p_{J_\Sigma}$ ,  $p_{L_3}$ ,  $p_{R_3}$ ,  $p_{k_{\Pi}}$  и от исходного дифференциального уравнения, связывающего  $\mathbf{y}$  и  $\mathbf{u}$ . Следовательно,  $\mathbf{G}_{pos}$  известно и не содержит неопределённых параметров.

Неопределённые характеристики исходной системы могут быть описаны с использованием верхнего ЛДП:

$$\mathbf{y} = \mathbf{F}_U(\mathbf{G}_{pos}, \mathbf{\Delta})\mathbf{u}, \quad (21)$$

где матрица диагональной неопределённости

$\mathbf{\Delta} = \text{diag}(\delta_{J_\Sigma}, \delta_{L_3}, \delta_{R_3}, \delta_{k_{\Pi}})$ , как показано на рис. 7.

Отметим, что неизвестная матрица  $\mathbf{\Delta}$ , которая может быть названа матрицей неопределённости, имеет фиксированную структуру. Это диагональная матрица и в общем виде она может быть блочной диагональной.

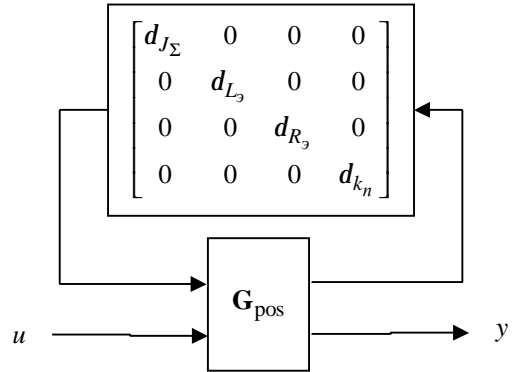


Рисунок 7 – Представление ЛДП позиционной системы с неопределённостями

Обобщённая структурная схема замкнутой системы, отражающая структуру обратной связи и включающая в себя элементы, отображающие неопределённость модели, а также весовые функции, изображена на рис. 8. На диаграмме  $\mathbf{G}$  представляет собой модель объекта управления с учётом неопределённости (рис. 6, 7),  $\mathbf{K}$  - субоптимальный регулятор. Эталонная модель  $W_{model}$  может быть задана в виде фильтра Баттерворта, Бесселя или в виде реакции системы с другим стандартным распределением корней. В данной работе в качестве эталонной модели применён фильтр Баттерворта второго порядка с частотой среза 150 рад/с (соответствующая переходная характеристика представлена на рис. 9).

Структура разомкнутой системы изображена на рис. 10. Размерность переменных *perin* (perturbance input - вход неопределённости) и *perout* (perturbance output - выход неопределённости)  $1 \times 4$ . В рабочей области Matlab разомкнутая система сохраняется под именем *sys\_ic*. *sys\_ic*, имеет 6 входов и 7 выходов, как показано на рис. 11 (обозначается как  $\mathbf{P}$ ).

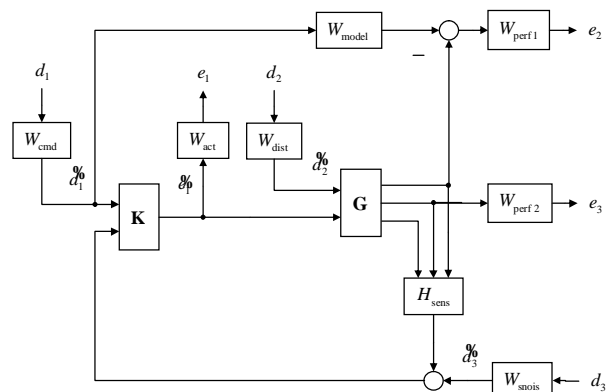


Рисунок 8 – Структурная схема замкнутой системы

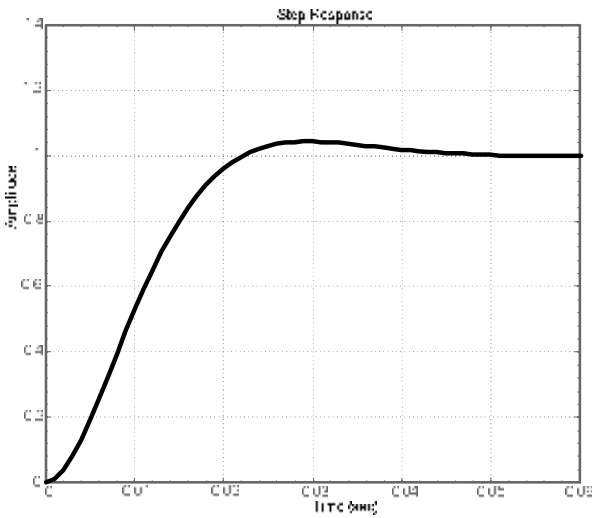


Рисунок 9 – Переходная характеристика эталонной модели

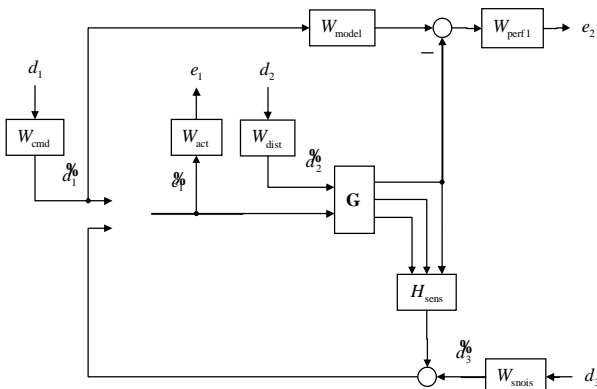


Рисунок 10 – Структура разомкнутой системы

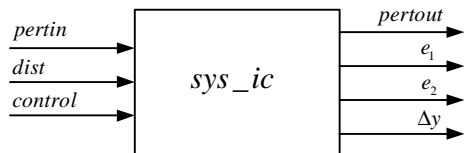


Рисунок 11 – Обобщенная структурная схема разомкнутой системы

Регулятор положения, проектируемый для системы, представленной на рис. 10, является  $H^\infty$ -субоптимальным регулятором. Этот регулятор минимизирует бесконечную норму  $T_{zw}(P, K)$  для всех стабилизирующих регуляторов  $K$ . Следует отметить, что  $T_{zw}(P, K)$  - это матрица передаточных функций номинальной замкнутой системы от возмущения  $dist$  (переменная  $w$ ) до ошибок  $z$ , как показано на рис. 12, где  $z^T = [e_1 \ e_2]$ . Для этой цели выделим из  $sys\_ic$  соответствующую матрицу передаточной функции  $P$  и сохраним ее в переменной  $hin\_ic$ .

Для решения  $H^\infty$ -проблемы оптимизации, вводятся две матрицы Гамильтона [4]:

$$H_\infty = \begin{bmatrix} A & \gamma^{-2}B_1B_1^T - B_2B_2^T \\ -C_1^TC_1 & -A^T \end{bmatrix}; \quad (22)$$

$$J_\infty = \begin{bmatrix} A^T & \gamma^{-2}C_1^TC_1 - C_2^TC_2 \\ -B_1B_1^T & -A \end{bmatrix}, \quad (23)$$

соответствующие алгебраическим уравнениям Риккати по управлению и фильтрации:

$$A^T X_\infty + X_\infty A - X_\infty (B_2 B_2^T - \gamma^{-2} B_1 B_1^T) X_\infty + C_1^T C_1 = 0$$

$$A Y_\infty + Y_\infty A^T - Y_\infty (C_2^T C_2 - \gamma^{-2} C_1^T C_1) Y_\infty + B_1 B_1^T = 0.$$

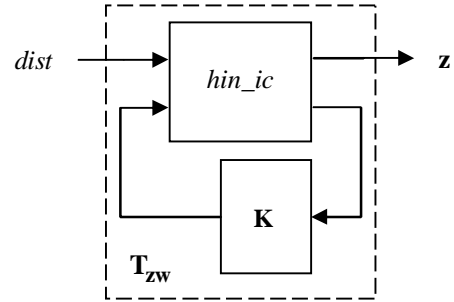


Рисунок 12 – ЛДП замкнутой системы в  $H^\infty$ -синтезе

Множество допустимых регуляторов, таких что  $\|T_{zw}\|_\infty < \gamma$ , описываются множеством передаточных функций от  $y(t)$  к  $u(t)$  системы, где:

$$M_\infty(s) = \begin{bmatrix} \hat{A}_\infty & -Z_\infty L_\infty & Z_\infty B_2 \\ F_\infty & 0 & I \\ -C_2 & I & 0 \end{bmatrix}, \quad (24)$$

$$Q \in RH^\infty, \|Q\|_\infty < \gamma.$$

Центральный регулятор при  $Q = 0$  задается следующими формулами:

$$K_\infty(s) = \begin{bmatrix} \hat{A}_\infty & -Z_\infty L_\infty \\ F_\infty & 0 \end{bmatrix}, \quad (25)$$

где:

$$F_\infty = -B_2^T X_\infty, \quad L_\infty = -Y_\infty C_2^T,$$

$$Z_\infty = (I - \gamma^{-2} Y_\infty X_\infty)^{-1},$$

$$\hat{A}_\infty = A + \gamma^{-2} B_1 B_1^T X_\infty + B_2 F_\infty + Z_\infty L_\infty C_2.$$

При проектировании робастой САР использовались средства пакета Robust Control Toolbox системы Matlab, позволяющие вычислить  $H^\infty$ -субоптимальный регулятор по представленным алгоритмам.

Разомкнутая система сохранена в переменной  $hin\_ic$ . Она состоит из одного измерения  $S$  (полученного датчиком  $H_{sens}$ ), двух сигналов ошибки, двух входов управляющего сигнала, одного возмущения и шести переменных состояния (4 переменных состояния объекта и 2 переменных состояния

эталонной модели  $W_{\text{model}}$ ). Полученный робастный регулятор положения является регулятором 6-го порядка. Достигнутая  $H^\infty$ -норма замкнутой системы, полученная в ходе итерационного процесса, составляет 0,0119.

Последующее моделирование замкнутой системы совместно с синтезированным субоптимальным  $H^\infty$ -регулятором основано на структуре, изображенной на рис. 13.

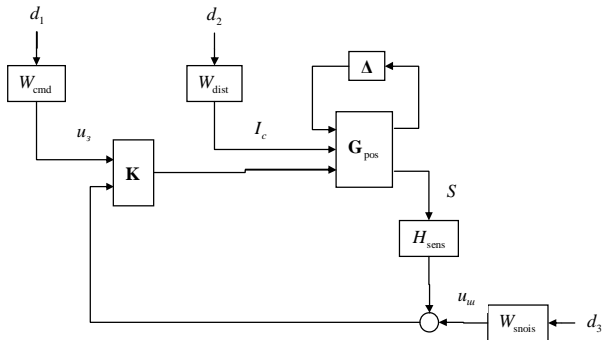


Рисунок 13 – Структурная схема замкнутой системы

Для оценки работоспособности системы с синтезированным субоптимальным регулятором положения в среде моделирования динамических систем Matlab/Simulink была составлена цифровая математическая модель позиционного электропривода (рис. 14).

Рисунок 14 - Simulink-модель позиционного электропривода с синтезированным  $H^\infty$ -субоптимальным регулятором

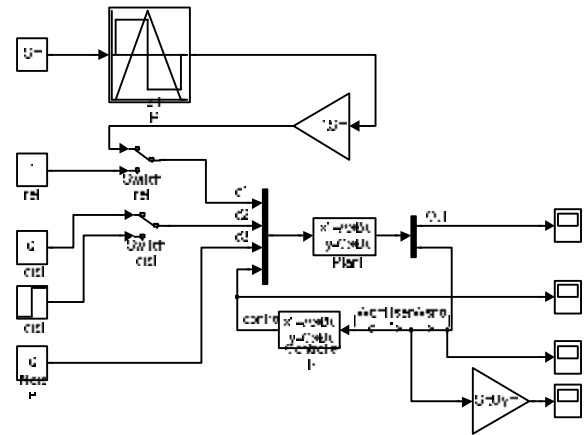


Рисунок 14 - Simulink-модель позиционного электропривода с синтезированным  $H^\infty$ -субоптимальным регулятором

На рис. 15-18 представлены результаты работы электропривода с синтезированным  $H^\infty$ -субоптимальным регулятором для различных видов задающего воздействия, а также при двукратном изменении параметров объекта управления.

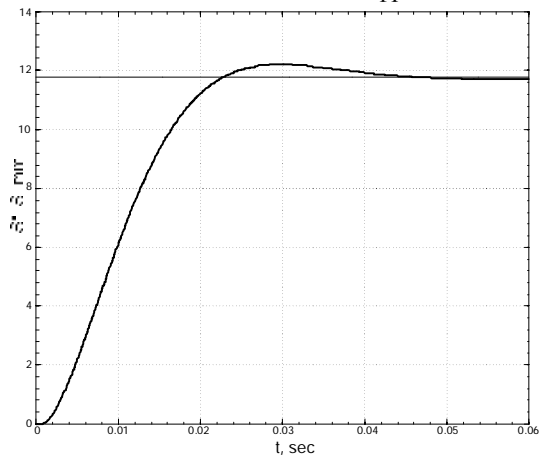


Рисунок 15 – Реакция САР на скачок управления

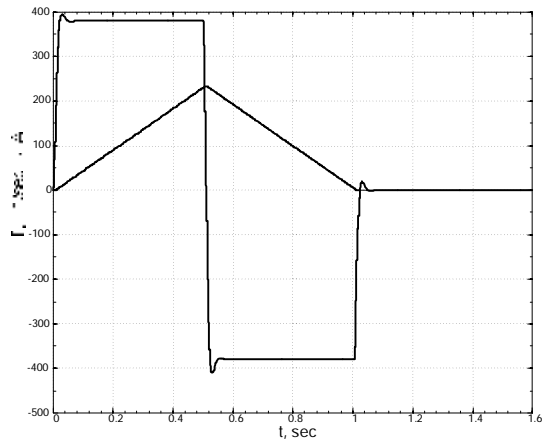
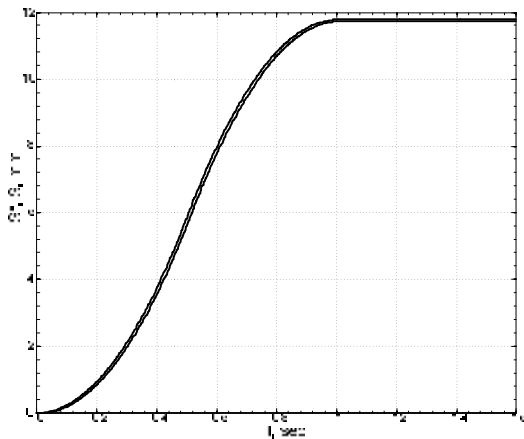
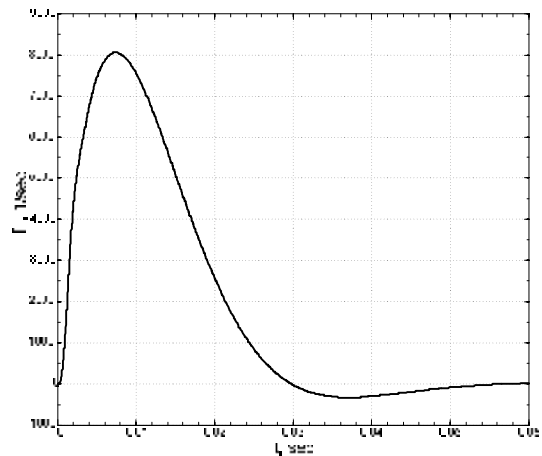


Рисунок 16 – Обработка САР заданной траектории

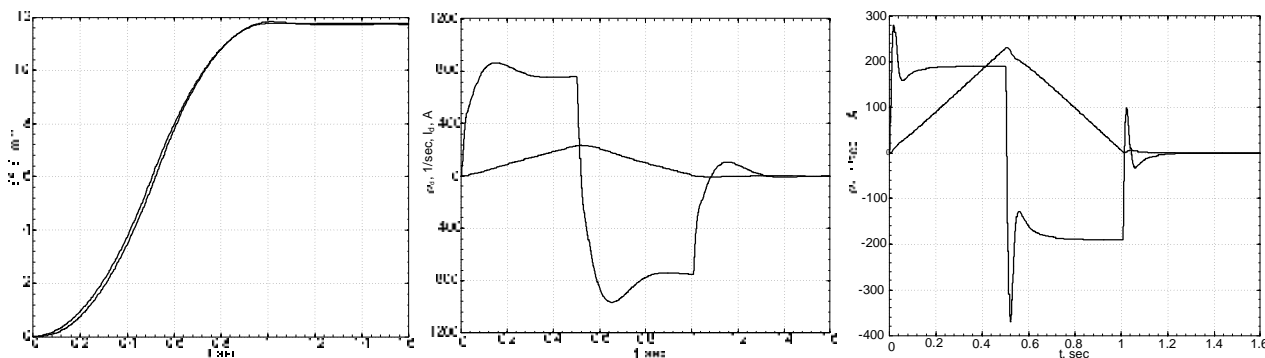


Рисунок 17 – Переходні процеси в САР при зміні сумарного моменту інерції в 2 рази

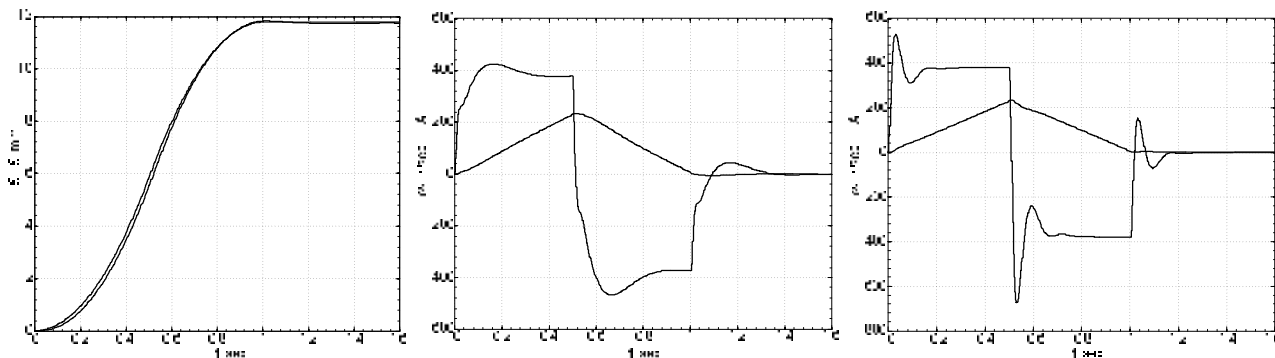


Рисунок 18 – Переходні процеси в САР при зміні опору якорної ланки в 2 рази

**Висновки.** Применительно к позиционному електроприводу на базі електродвигателя постійного струму показана можливість використання алгоритмів робастного управління. Синтезований  $H^\infty$ -субоптимальний регулятор положення в умовах неповної інформації об'єкті і з урахуванням його неопределенностей. Для надання системі властивостей «модальності» на етапі синтезу використовувалась еталонна модель другого порядку. Отметим, що вагові функції  $W_{perf1}$  і  $W_{act}$ , а також еталонна модель  $W_{model}$  в замкнутій системі відсутні по очевидним причинам.

ЛИТЕРАТУРА

1. Zames G. Feedback and optimal sensitivity: model reference transformations, multiplicative seminorms and approximate inverses // IEEE Trans. Automat. Control. Apr. 1981. V. AC-26. P. 301-320.
2. Doyle J. C. Lecture notes in advances in multivariable control. ONR / Honeywell, Workshop,

Minneapolis, MN, 1984.

3. Glover K. All optimal Hankel-norm approximations of linear multivariable systems and their  $L_\infty$  error bounds. // Int. J. Control, v. 39, 1984.

4. Doyle J.C, Glover K., Khargonekar P.P., Francis B.A. State-space solutions to standard  $H_2$  and  $H_\infty$  control problems // IEEE Transactions on Automatic Control, AC-34, №8, 1989.

5. Кузнецов Б.И., Никитина Т.Б., Кузнецова Л.Г., Коломиец В.В., Бовдуй И.В., Волошко А.В. Цифровое робастное управление трехпорной управляемой платформой // 36-к наукових праць ДДТУ. Тематичний випуск «Проблеми автоматизованого електроприводу». Дніпродзержинськ: ДДТУ, 2007.

6. Никитина Т.Б. Синтез цифровых робастных регуляторов многоканальных электромеханических систем // 36-к наукових праць ДДТУ. Тематичний випуск «Проблеми автоматизованого електроприводу», Дніпродзержинськ: ДДТУ, 2007.

Стаття надійшла 18.04.2008 р.