

УДК 621.313.175.32

## СИЛОВИЙ ІНВЕРТОР ВЕНТИЛЬНОГО РЕАКТИВНОГО ДВИГУНА З ПАРАЛЕЛЬНИМ БУФЕРОМ ЕНЕРГІЇ Й СПІЛЬНИМ КОЛОМ ФОРСУВАННЯ

Ткачук В.І., д.т.н., проф., Біляковський І.Є., к.т.н., доц.  
 Національний університет "Львівська політехніка"  
 79013, м. Львів, вул. Степана Бандери, 12  
 E-mail: [tkachuk@polynet.lviv.ua](mailto:tkachuk@polynet.lviv.ua)

Представлена математическая модель вентильного реактивного двигателя постоянного тока с параллельным буфером энергии, которая учитывает дискретные изменения схемы транзисторного коммутатора, насыщение стали магнитопровода, потери в коммутаторе, в меди, в стали. Приведены результаты расчета переходного и квазиустановившегося режимов работы электропривода на базе этого двигателя.

**Ключевые слова:** вентильный реактивный двигатель, математическая модель, буфер энергии.

The mathematical model of DC Switched Reluctance Motor with the parallel buffer of energy which takes into account the discrete changes of transistor switchboard circuit, steel saturation of magnetic path, iron and copper loss in a switchboard is offered. The results of calculation of transient and quasisteady behaviors of electric drive operation on the basis of this engine are represented.

**Key words:** switched reluctance motor, mathematical model, energy buffer.

**Вступ.** Вентильні реактивні двигуни (ВРД), відомі за кордоном як Switched Reluctance Motor, представляють собою електромеханічну систему, яка складається з електромашинної частини, вентильного комутатора, датча положення ротора (ДПР) і системи керування. Просте конструктивне виконання і доступна технологія виробництва двигуна, надійні схеми силових напівпровідникових перетворювачів, можливість мікропроцесорного керування привертають увагу розробників автоматичного керування і робототехнічних комплексів.

**Аналіз попередніх досліджень.** Широке розповсюдження вентильних реактивних двигунів стримується їх невисокими енергетичними показниками, що зумовлено необхідністю розсіювання запасеної в електромагнітному полі енергії при комутації струму в секціях транзисторними ключами з метою захисту їх від перенапруг. В [1, 2] запропоновано схемні рішення транзисторних інверторів ВРД, які дозволяють повторно використовувати цю енергію для форсованого вмикання струму в секціях, захищаючи при цьому силові транзистори від перенапруг.

Для поліпшення використання електричної машини збільшують електромагнітні навантаження та активну зону сигнального сектора ДПР. При цьому в різні моменти часу до джерела живлення під'єднується різна кількість секцій, що зумовлює значні пульсації струму живлення ВРД. А це є небажаним при використанні ВРД в малопотужних регульованих електроприводах, які живляться від джерел обмеженої потужності.

Поліпшити енергетичні показники й зменшити пульсації струму джерела живлення ВРД з пасивним ротором дозволяє однопівперіодний комутатор з паралельним під'єднанням нагромаджувального конденсатора [2].

На рис. 1 наведено принципову електричну схему ВРД з паралельним буфером енергії (БЕ).

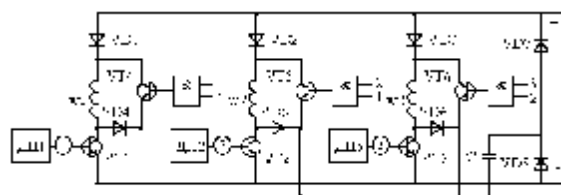


Рисунок 1 – Транзисторний комутатор з паралельним буфером енергії

Аналогічно можна підвищити надійність і ВРД з паралельним БЕ, замінивши окремі транзисторні ключі і діоди підживлення секцій спільним ключем і діодом. Схема набуває вигляду, який наведений на рис. 2. В цьому комутаторі керування підживлювальним транзисторним ключем  $VT4$  здійснюється, як і в попередньому випадку, сигналом схеми виявлення співпадіння сигналів суміжних каналів ДПР.

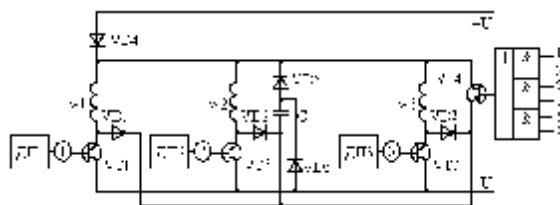


Рисунок 2 – ВРД з паралельним буфером й спільним колом форсування

Заряд конденсатора тут відбувається так само, як і у ВРД з послідовним БЕ: через діоди  $VD1 - VD3$  і діод  $VD4$ . Відбувається форсоване спадання струму в секції. Конденсатор заряджається до напруги, яка більша від напруги джерела живлення.

При деякому положенні ротора одночасно відкриваються один із силових ключів і підживлювальний ключ VT4. Дві секції якірної обмотки підключаються до напруги конденсатора (діод VD4 буде закритий напругою конденсатора, яка вища від напруги живлення). Конденсатор розряджається і при досягненні напруги на ньому величини напруги джерела живлення відкривається діод VD4 і секції надалі споживають енергію від джерела живлення. Успішне вирішення задач аналізу та синтезу машинно-вентильних систем, а також створення досконалих схем і конструкцій в значній мірі залежить від наявності адекватних математичних моделей електромеханічних процесів в таких системах.

**Мета роботи** – удосконалення існуючих і розроблення нових математичних моделей відомих й новостворюваних вентильних двигунів з пасивними роторами є актуальним завданням.

**Матеріал і результати дослідження.** Для побудови математичної моделі цього ВД приймемо допущення, які не надто спотворюючи реальні фізичні процеси, дозволять отримати прості математичні залежності, що адекватно відображають електромеханічне перетворення в ньому енергії:

- інвертор сполучений з джерелом напруги, внутрішній опір якого дорівнює нулю;
- магнітні зв'язки між секціями відсутні;
- силові ключі комутатора - безінерційні електронні ключі, для яких можна прийняти, що, по-перше, перехідні процеси, а значить, і комутація секцій ВРД відбуваються практично миттєво; по-друге, зворотній опір закритого ключа дорівнює безмежності;

– діоди в провідному стані представлені математичною моделлю діода (вольт-амперну характеристику якого можна апроксимувати виразом  $i_d = I_0(e^{b \cdot \Delta U_d} - 1)$ , на основі якого спад напруги на діоді можна записати як:  $\Delta U_d = \ln \frac{i_d + I_0}{I_0} / b$ , де  $I_0$  і

$b$  – зворотній струм діода і коефіцієнт температурного потенціалу), в закритому стані їх опір дорівнює безмежності;

– магнітна характеристика магнітопровода манітоізольованої секції представлена виразом:

$$\psi(\theta, i) = [\psi_{10} - \psi_{1t} \cdot \sin(\theta/2)] \cdot i + \psi_y \cdot \sin(\theta/2) \cdot [1 - e^{-a \cdot i \cdot \sin(\theta/2)}];$$

– параметри обмотки статора зосереджені.

Змінний магнітний потік, замикаючись по сталевому осерддю, наводить в ньому електрорушійну силу, яка є причиною струмів Фуко в сталі, які зумовлюють втрати в ній. Перетин магнітопровода можна розглядати як такий, що складається з елементарних замкнутих контурів, які утворюють короткозамкнені витки, що пронизуються змінним магнітним потоком. Представимо їх в заступній схемі секції ВРД - у вигляді гілки  $L_\sigma$  і  $R_s$ , яка під'єднана паралельно до гілки намагнічення. Опір сталі струмам Фу-

ко з достатньою для інженерної практики точністю можна визначити за виразом  $R_s = \frac{E^2}{\Delta P_s}$ , де

$$E = 4,44 \cdot f \cdot w_z \cdot B \cdot s \quad i$$

$\Delta P_s = P_0 \cdot \gamma_s \cdot s \cdot l_m \cdot B^2 \cdot (f/f_0)^2$ , звідки отримаємо вираз для обчислення  $R_s$  однієї секції:

$$R_s = 4,9 \cdot 10^4 \cdot \frac{w_z^2 \cdot S \cdot q}{p_0 \cdot \gamma_s \cdot l_m}, \text{ де } p_0, \gamma_s, S, l_m, w_z, q - \text{пито-}$$

мі втрати в сталі, густина матеріалу магнітопровода, довжина магнітної силової лінії, кількість витків обмотки на одному зубці, кількість зубців статора на одну секцію відповідно.

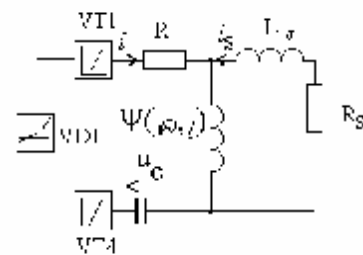
Індуктивність розсіяння  $L_\sigma$  контурів струмів Фуко є незначною і її величиною можна було б знехтувати. Однак, для забезпечення стійкості розв'язку диференціальних рівнянь чисельними методами пропонуємо значення  $L_\sigma$  приймати наступним

$L_\sigma = \frac{\Delta t}{12} \cdot R_s$ , де  $\Delta t$  - крок інтегрування диференціальних рівнянь.

Згідно з прийнятими допущеннями, кожен із секцій  $m$ -секційного ВД можемо в електричному відношенні розглядати окремо, а зв'язувати їх тільки через створюваний ними електромагнітний момент, який діє на ротор.

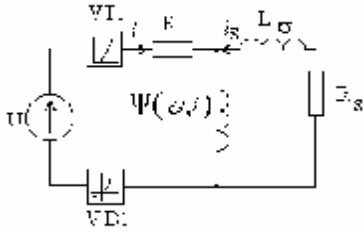
Відповідно до алгоритму роботи ВРД й прийнятих допущень, структура схеми під'єднання секції і рівняння напруг дискретно змінюватимуться при зміні кута  $\theta$ :

1. Транзисторні ключі VT1 й VT4 увімкнені, конденсатор С заряджений. Діод VD1 закритий прикладеною до нього в зворотному напрямку напругою конденсатора. Секція  $w1$  живиться енергією, яка нагромаджена в електричному полі конденсатора:



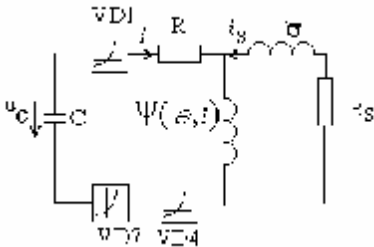
$$\begin{cases} R \cdot i + 2 \cdot \Delta U_T + \Delta U_d + \frac{d\psi(\theta, i)}{dt} = u_c; \\ C \frac{du_c}{dt} = i; \\ R_s \cdot i_s + L_\sigma \cdot \frac{di_s}{dt} + \frac{d\psi(\theta, i)}{dt} = 0. \end{cases} \quad (1)$$

2. Увімкнений транзисторний ключ VT1, конденсатор С розряджений. Секція  $w1$  отримує живлення від джерела через діод VD1 та цей ключ:



$$\begin{cases} R \cdot i + \Delta U_T + \Delta U_D + \frac{d\psi(\theta, i)}{dt} = U; \\ R_s \cdot i_s + L_\sigma \cdot \frac{di_s}{dt} + \frac{d\psi(\theta, i)}{dt} = 0. \end{cases} \quad (2)$$

3. Транзисторні ключі VT1 й VT4 розімкнені. Відбувається розряд енергії, яка була запасена в магнітному полі секції й заряд конденсатора через діоди VD4, VD7 та VD1:



$$\begin{cases} R \cdot i + 3 \cdot \Delta U_D + \frac{d\psi(\theta, i)}{dt} = -u_c; \\ C \frac{du_c}{dt} = -i; \\ R_s \cdot i_s + L_\sigma \cdot \frac{di_s}{dt} + \frac{d\psi(\theta, i)}{dt} = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Формальні коефіцієнти K1 та K2 дають змогу здійснити узагальнений запис нелінійних систем диференціальних рівнянь (н.с. д.р.) (1) - (3).

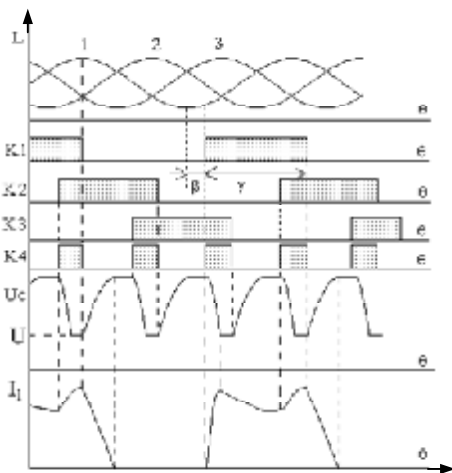


Рисунок 3 – Індуктивності секцій, діаграма роботи транзисторних ключів, напруга на конденсаторі та струм секції ВРД з паралельним ємнісним нагрмаджувачем й спільним колом форсування

Моделювання силових транзисторних ключів здійснено за допущення, що перехідні процеси їх вмикання і вимикання відбуваються миттєво, опір закритого ключа дорівнює безмежності, вольт-амперна характеристика насиченого ключа описується виразом:

$$\Delta U_T = U_{KE} = U_{KE,0} + R_{KE,НАС} \cdot i, \quad (3)$$

де  $\Delta U_{KE,0}$  и  $R_{KE,НАС}$  визначають з паспорта на транзистор.

Стан транзисторних ключів електронного комутатора (ЕК) зумовлений взаємним положенням ротора й статора, тобто вони керуються сигналами давача положення ротора. Покладемо у відповідність стану цих ключів формальні коефіцієнти  $K_j$ , які набувають значення "1" - якщо ключ відкритий, і "0" - якщо ключ закритий;  $j$  - номер ключа. На рис. 3 наведено приклад діаграми роботи ключів ЕК трифазного ВРД з паралельним ємнісним нагрмадження енергії (СНЕ).

$$\begin{cases} R \cdot i + \frac{d\psi(\theta, i)}{dt} = (U + U_D) \cdot (K1 - K2) + u_c(K1 + K2 - 1) - \Delta U_T(K1 + K2) - \Delta U_D(3 - K1 - K2); \\ C \frac{du_c}{dt} = i(1 - K1 - K2); \\ R_s \cdot i_s + L_\sigma \cdot \frac{di_s}{dt} + \frac{d\psi(\theta, i)}{dt} = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Значення формальних коефіцієнтів  $K_j$  залежать від положення ротора й обчислюють згідно наступної перемикальної функції:

$K_j = 1$ , якщо

$$\begin{aligned} \beta + 2(N_j - 1) \cdot \pi + (j - 1) \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{m} < \theta \leq \\ \leq \beta + 2 \cdot (N_j - 1) \cdot \pi + (j - 1) \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{m} + \gamma, \end{aligned} \quad (5)$$

$K_j = 0$ , для всіх інших значень,

$$\theta + \pi + (j - 1) \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{m}$$

де  $N_j = \frac{\theta + \pi + (j - 1) \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{m}}{2 \cdot \pi} + 1$  - номер періоду для відповідної секції, але, якщо  $u_c = 0$ , то  $K2 = 0$ .

Відповідно до принципу роботи двигуна, керувати ключами VT4 - VT6 можна за будь-яким законом. Важливо лише, щоб в момент відключення струму в будь-якій з секцій вони були закриті. Одним з найпростіших способів організації керування підживлювальними ключами є спосіб, коли сигнали керування формуються шляхом логічного перемноження сигналів суміжних каналів давача положення ротора (рис. 3). В m-секційному двигуні, на відміну від трисекційного, перемножуються сигнали не суміжних каналів, а вибір пари каналів залежить від кількості секцій двигуна й величини інтервалу комутації  $\gamma$ :

$$K_{j+m} = K_j \cdot K_i, \quad (6)$$

де  $i = m - 1 + j$  якщо  $2 \cdot (1 + 1) \cdot \pi / m \geq \gamma \geq 2 \cdot 1 \cdot \pi / m$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ ; причому  $i = i - m$  якщо  $i > m$ :

$$K_{m+1} = \sum_{j=1}^m K_j \cdot K_i \quad (7)$$

Враховуючи вищевикладене, нелінійну систему диференціальних рівнянь, яка описує електромеханічні процеси у ВРД з паралельним ємнісним буфером, можна представити у вигляді:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{di_j}{dt} &= \left[ u_j + R \cdot i_j + \frac{A_j}{L_\sigma} \cdot (u_j - R \cdot i_j + R_s \cdot i_{sj}) - \right. \\ &\quad \left. - B_j \cdot \omega \right] / A_j; \\ \frac{di_{sj}}{dt} &= -(R_s \cdot i_{sj} + u_j - R \cdot i_j) / L_\sigma; \\ \frac{du_{cj}}{dt} &= (1 - K_j - K_{j+m}) \cdot \frac{i_j}{C}; \\ \frac{d\omega}{dt} &= \left\{ \sum_{j=1}^m \left[ \frac{z_r}{2} \cdot (i_j + i_{sj}) \cdot \cos \theta_{pj} \cdot \psi_y \times \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times \left( 1 - e^{-a(i_j + i_{sj}) \cdot \sin \theta_{pi}} - \frac{\psi_{1t} \cdot (i_j + i_{sj})}{2 \cdot \psi_y} \right) \right] - M_C \right\} \cdot \frac{z_r}{J}; \\ \frac{d\theta}{dt} &= \omega; \\ u_j &= (U + \Delta U_D) \cdot (K_j - K_{j+m}) + u_c \cdot (K_j + K_{j+m} - 1) - \Delta U_T \cdot (K_j + K_{j+m}) - \Delta U_D \cdot (3 - K_j - K_{j+m}); \\ A_j &= \psi_{10} - \psi_{1t} \cdot \sin \theta_{pj} + \psi_y \times \\ &\quad \times a \cdot \sin^2 \theta_{pj} \cdot e^{-a(i_j + i_{sj}) \cdot \sin \theta_{pj}}; \\ B_j &= \frac{\cos \theta_{pj}}{2} \cdot [\psi_y - \psi_{1t} \cdot (i_j + i_{sj}) - \\ &\quad - \psi_y \cdot e^{-a(i_j + i_{sj}) \cdot \sin \theta_{pi}} \cdot (1 - a \cdot (i_j + i_{sj}) \cdot \sin \theta_{pj})]; \\ \theta_{pj} &= \frac{\theta}{2} - (j-1) \cdot \frac{2 \cdot \pi}{m}. \end{aligned} \right. \quad (8)$$

Для розв'язку н.с.д.р. застосований метод Рунге-Кутта четвертого порядку зі сталим кроком інтегрування.

Оскільки кут  $\theta$ , струми секцій  $i_j$  і напруга на громаджувальному конденсаторі  $u_c$  є функціями часу  $t$ , то при інтегруванні н.с.д.р. виникає необхідність застосування ітераційних методів для точного визначення моментів вмикання і вимикання силових транзисторних ключів, моментів, коли струми секцій досягають значення нуля, а також моментів, коли напруга на конденсаторі досягає значення напруги джерела живлення. Однак при використанні методів інтегрування вищих порядків точне попадання в момент комутації не є простим. Тому частіше всього задовольняються приблизним попаданням в момент комутації, користуючись ітераційними методами і задавши деякою допустимою похибкою. Такий вихід з положення має два недоліки. По-перше, немає математично обгрунтованого критерію для визначення допустимої похибки попадання в

момент комутації  $i$ , по-друге, навіть для наближеного визначення моменту комутації необхідне дроблення кроку.

Найбільш природне вирішення проблеми відшукування моментів комутації досягається шляхом застосування методу інвертування н.с.д.р. [4, 6]. Суть цього методу стосовно до даної задачі полягає в тому, що в околі вмикання чи вимикання котрогось із силових ключів ЕК, коли на наступному кроці інтегрування за часом  $t$  його стан зміниться (був закритий і відкриється або навпаки), незалежно змінною приймають кут  $\theta$ . При цьому крок інтегрування визначають як відоме значення кута  $\theta$ , при якому повинен змінитись стан ключа, мінус знайдене на попередньому кроці значення  $\theta$  (рис. 4).

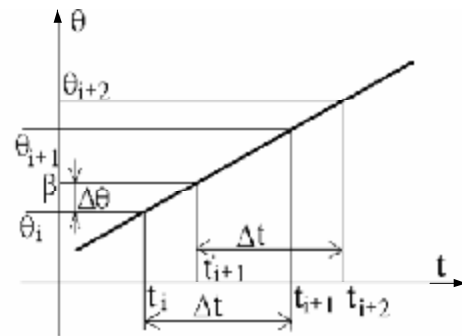


Рисунок 4 – До способу інвертування н.с.д.р. для точного попадання в момент вмикання силового ключа

Н.с.д.р., яка описує зміну змінних у функції кута  $q$ , отримуємо користуючись правилом диференціювання складних функцій:

$$\frac{di_j}{d\theta} = \frac{\partial i_j}{\partial t} \cdot \frac{dt}{d\theta}; \quad \frac{di_{sj}}{d\theta} = \frac{\partial i_{sj}}{\partial t} \cdot \frac{dt}{d\theta}; \quad \frac{di_{cj}}{d\theta} = \frac{\partial i_{cj}}{\partial t} \cdot \frac{dt}{d\theta};$$

$$\frac{d\omega}{d\theta} = \frac{\partial \omega}{\partial t} \cdot \frac{dt}{d\theta}; \quad \frac{dt}{d\theta} = \frac{1}{\omega}; \quad \frac{d\theta}{d\theta} = 1.$$

Похідні  $\frac{di_j}{dt}$ ,  $\frac{du_{cj}}{dt}$ ,  $\frac{d\omega}{dt}$ , які входять в наведені

рівняння обчислюють за (8).

Процес інтегрування за кутом  $\theta$  такий же, як і за часом. Час в даному випадку є функцією кута. В кінці кроку інтегрування за кутом отримуємо точне значення часу комутації струму секції і далі можемо продовжувати інтегрувати н.с.д.р. за часом, інвертувавши її в попередній стан.

Точно так само інвертуємо н.с.д.р., коли струм якоїсь секції на кроці інтегрування змінив свій знак, тільки вже за струмом даної секції.

На рис. 5, 6 наведено приклади розрахунку три-секційного вентиляного реактивного двигуна з паралельним ємнісним буфером енергії (квазіусталені значення струмів секцій та напруги на конденсаторі) та паралельним ЕБЕ і спільним підживлювальним ключем.

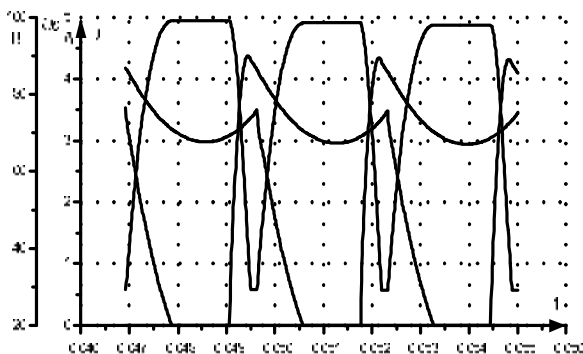


Рисунок 5 – Квазіусталені розрахункові значення струмів секцій та напруги на конденсаторі ВРД з паралельним ємнісним нагромаджувачем

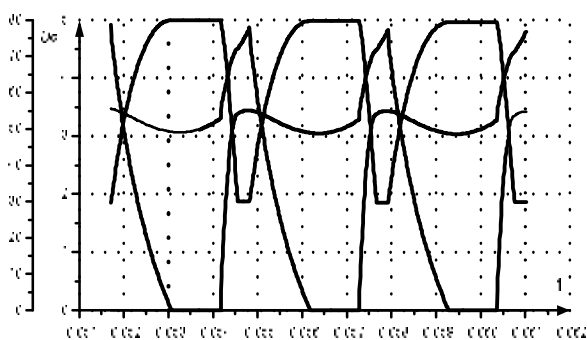


Рисунок 6 – Квазіусталені розрахункові значення струмів секцій та напруги на конденсаторі трисекційного ВРД з паралельним буфером енергії й спільним підживлювальним ключем

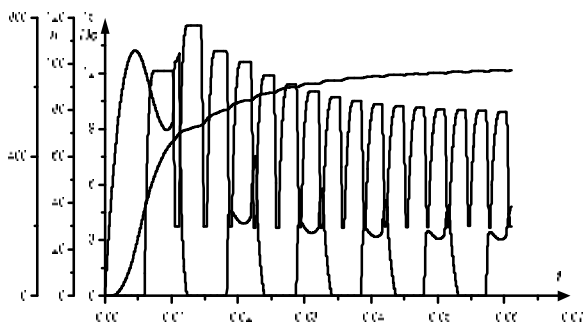


Рисунок 7 – Результати розрахунку пуску ВРД з паралельним ємнісним буфером енергії (струм однієї секції, напруга на конденсаторі і частота обертання)

Приклади розрахунку перехідного процесу пуску трисекційного вентильного реактивного двигуна з паралельним буфером енергії (струм однієї із секцій,

електромагнітний момент, частота обертання) наведені на рис. 7, 8.

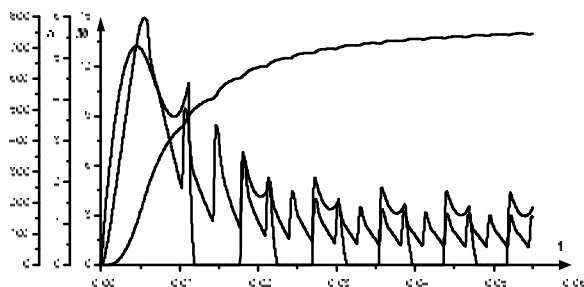


Рисунок 8 – Розрахункові значення струму однієї секції, електромагнітного моменту та частоти обертання трисекційного ВРД з паралельним буфером енергії під час його пуску

**Висновки.** Порівняння результатів розрахунків з дослідними осцилограмами, а також середніх значень моменту, частоти обертання і складових втрат для макетних взірців ВРД з номінальними моментами від 0.05 до 20 Нм показують, що розходження не перевищують 5%, що свідчить про адекватність математичної моделі фізичному взірцю.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Ткачук В.І. Ємнісний накопичувач енергії у вентильному реактивному двигуні // Електроенергетичні та електромеханічні системи. Вісник ДУ «Львівська політехніка». - 1997. - № 334. - С. 125 - 131.
2. Ткачук В.І., Осідач Ю.В. Транзисторні комутатори з ємнісними накопичувачами енергії // Електроенергетичні та електромеханічні системи. Вісник ДУ «Львівська політехніка». - 1996. - № 301. - С. 115 - 122.
3. Ткачук В.І. Вентильний реактивний двигун та його математична модель // Теоретична електротехніка. - 1998. - № 54. - С. 121 - 127.
4. Ткачук В. Математична модель мехатронного перетворювача та інвертування диференційних рівнянь // Матеріали конференції TCSET'98. - Львів, Вид-во ДУ "Львівська політехніка, 1998. - С. 50 - 51.
5. Ткачук В. Підсистема автоматизованого дослідження вентильних реактивних двигунів // Технічна електродинаміка. - 1998. - С. 180 - 187.
6. Ткачук В.І. Математичне моделювання електромеханічних процесів в електроприводах на базі вентильного реактивного двигуна // Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія і практика. Вестник ХГПУ. Харьков. - 1997. - С. 137 - 138.

Стаття надійшла 08.04.2008р.