

УДК 621.3.018.782.3:621.313.333

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ПОСТОЯННЫХ ВРЕМЕНИ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ОБМОТКЕ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ КАК ЦЕПИ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ ОТ ПОЛОЖЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОГО ЭЛЕМЕНТА**

*Истомина Н.Н., асп.*

*Кременчугский государственный политехнический университет имени Михаила Остроградского*

*39614, г. Кременчуг, ул. Первомайская, 20*

*E-mail: [noriel-lomion@yandex.ru](mailto:noriel-lomion@yandex.ru)*

У представленной статье розглядалась обмотка статора асинхронного двигуна, як ланцюг з розподіленими параметрами. Були проведені дослідження перехідних процесів на виході ланцюга для різних положень нелінійного елемента. Отримані графіки були апроксимовані відомими числовими методами. Серед них були визначені методи, що є найбільш точними для даних кривих. За визначеними шляхом апроксимації емпіричними залежностями були знайдені постійні часу перехідних процесів і побудована їх залежність від положення нелінійного елемента.

**Ключові слова:** нелінійність, обмотка асинхронного двигуна, ланцюг з розподіленими параметрами, перехідна характеристика, постійна часу.

In this paper winding of induction motor is considered as a circuit with distributed parameters. Researches at availability of nonlinear element in ladder circuit were carrying out. Received transient characteristics are approximated with numerical method and the most narrow among them are selected. The time constants of transient characteristic empirical formulas are obtained and their dependence on nonlinearity location are found.

**Key words:** nonlinearity, winding of induction motor, circuit with distributed parameters, transient characteristic, time constant.

**Введение.** При решении задач диагностики параметров асинхронных двигателей (АД) особое внимание следует уделять их обмоткам. Так как основной причиной выхода АД из строя является повреждение обмоток.

**Анализ предыдущих исследований.** Существующие математические модели асинхронных двигателей (АД) позволяют исследовать электромагнитные и механические процессы в двигателе.

С использованием моделей приведенных в [1, 2] можно получить переходные процессы по токам, потокосцеплениям, моменту и скорости.

Данные модели позволяют исследовать работу АД при несимметрии, несинусоидальности, колебаниях амплитуды и частоты питающего напряжения.

Однако при этом в математических моделях обмотка рассматривается не в явном виде, а только в виде ее производных – потокосцеплений.

При этом обмотки представляются как объекты с сосредоточенными параметрами, поэтому судить об их физическом состоянии по результатам моделирования не представляется возможным.

Для решения этой задачи, требуются модели, в которых обмотки рассматриваются как цепи с распределенными параметрами.

В [3] изложены общие принципы представления обмоток как цепей с распределенными параметрами, что позволяет рассматривать переходные процессы

в отдельных участках обмотки.

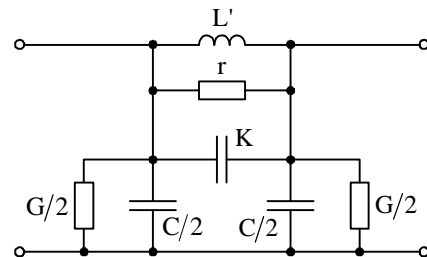


Рисунок 1 – П-образная схема замещения одного звена цепи, эквивалентной фазной обмотке электрической машины

Повреждение обмоток вносит существенную нелинейность в цепь.

По результатам исследований проведенных в [4] было доказано что положение нелинейности существенно влияет на параметры переходных процессов в цепи колебательных и апериодических звеньев.

В [5] была разработана модель обмотки АД как цепи с распределенными параметрами, и получены переходные процессы при различном положении нелинейности.

Рассматривалась цепь, представляющая собой обмотку статора АД, состоящую из 5 звеньев и нелинейного элемента, для которого рассматривалось

6 случаев положения. На рис. 2 приведено семейство полученных переходных характеристик по напряжению при синусоидальном входном воздействии амплитудой 10 В и частотой 1 Гц.

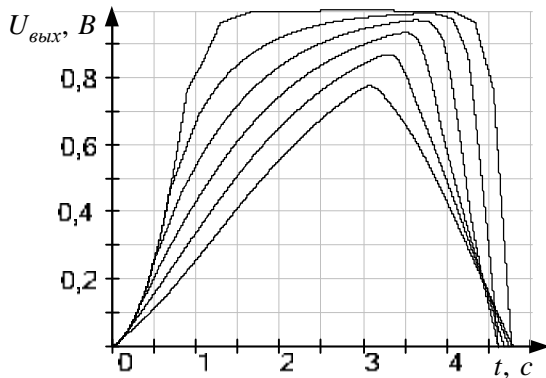


Рисунок 2 – Семейство переходных характеристик выходного напряжения на полупериоде

**Цель работы.** Повысить достоверность диагностики физического состояния обмоток АД путем определения зависимости постоянных времени переходных процессов для разработанной модели обмотки АД от положения нелинейного элемента.

**Материал и результаты исследования.** В общем виде задачу определения постоянных времени переходных процессов в обмотке АД как цепи с распределенными параметрами при наличии нелинейного элемента, можно решить в несколько этапов:

- 1) определение эмпирических формул описывающих исследуемые переходные процессы;
- 2) нахождение точки перегиба;
- 3) проведение касательной к кривой переходного процесса в точке перегиба.
- 4) определение параметров переходного процесса.

На рис. 3 представлен развернутый алгоритм решения поставленной задачи.

*Этап 1.* Определить эмпирические формулы, т.е. получить математическое описание кривых переходных процессов, можно с помощью аппроксимации или интерполяции.

Поскольку степень интерполирующего полинома напрямую зависит от количества точек функции, для которой производится интерполяция, а, следовательно, эмпирические формулы получаются громоздкими и неудобными для дальнейшей обработки, математическое описание находилось с помощью аппроксимации.

Аппроксимация исследуемых характеристик проводилась всеми известными методами: лучшие показатели были получены для метода наименьших квадратов (МНК) и аппроксимации с помощью ряда Фурье.

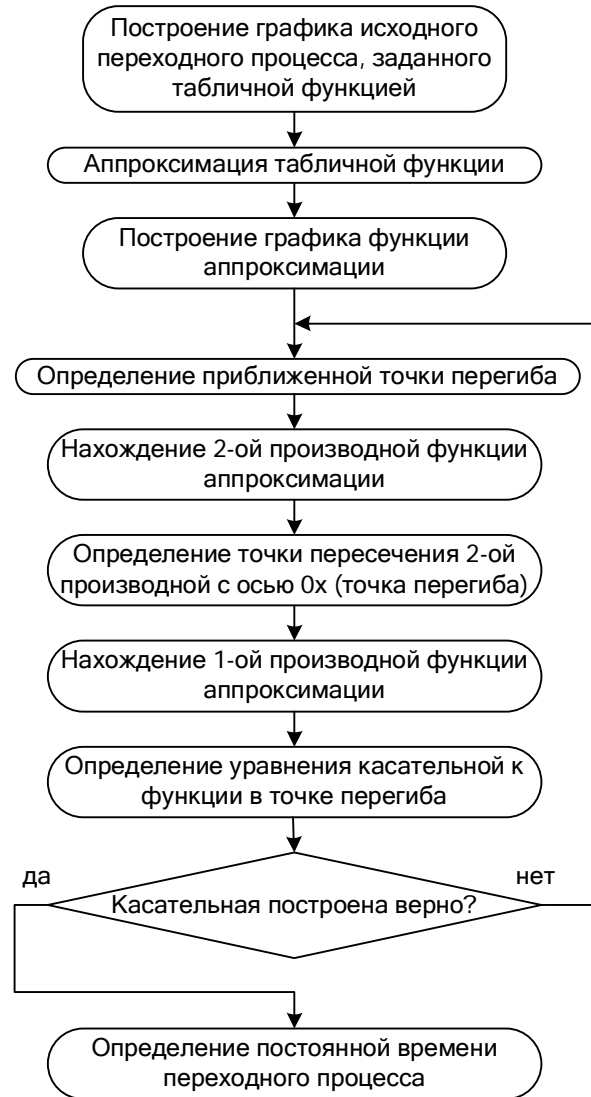


Рисунок 3 – Развернутый алгоритм определения постоянной времени переходного процесса

Классическая система уравнений для нахождения коэффициентов аппроксимации по МНК имеет вид:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum_{e=0}^n x_e + \mathbf{K} + a_m \sum_{e=0}^n x_e^m = \sum_{e=0}^n y_e \\ a_0 \sum_{e=0}^n x_e + a_1 \sum_{e=0}^n x_e^2 + \mathbf{K} + a_m \sum_{e=0}^n x_e^{m+1} = \sum_{e=0}^n x_e y_e \\ \dots \\ a_0 \sum_{e=0}^n x_e^m + a_1 \sum_{e=0}^n x_e^{m+1} + \mathbf{K} + a_m \sum_{e=0}^n x_e^{2m} = \sum_{e=0}^n x_e^m y_e \end{cases} \quad (1)$$

Данная система слишком громоздка для реализации в математических пакетах.

Для проведения аппроксимации введем обозначения  $x = t$ ,  $y = U_{\text{вых}}$ .

Поэтому после записи системы уравнений в матричной форме, были определены рекуррентные формулы, согласно которым можно записать систему

(1) в виде:

– элементы матрицы аргументов,

$$X_{i,j} = \sum_{e=0}^n (x_e^i)^{i+j}; \quad (2)$$

– элементы матрицы правой части,

$$B_i = \sum_{e=0}^n (x_e^i \cdot y_e); \quad (3)$$

– матрица искоемых коэффициентов аппроксимации,

$$a = X^{-1} \cdot B; \quad (4)$$

где  $e$  – номер элемента матрицы-вектора аргументов или функций, определяется количеством элементов аппроксимируемой функции  $n$ ,

$$e = 0, 1 \dots n;$$

$i, j$  – номера элемента уравнения и самого уравнения в системе (1), определяются степенью аппроксимирующего полинома  $K$ ,

$$i = 0, 1 \dots K,$$

$$j = 0, 1 \dots K.$$

Тогда общий вид аппроксимирующей функции для МНК

$$P_m(x, a) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_m x^m,$$

можно записать в матричном виде

$$P(x) = \sum_{i=0}^K a_i \cdot x^i, \quad (5)$$

или, если сделать обратную замену переменных,

$$P(t) = \sum_{i=0}^K a_i \cdot t^i. \quad (6)$$

Для каждой аппроксимирующей функции определялась среднеквадратическая погрешность, ее значения находились в пределах  $0,0002 \div 3,3$ . Установлено, что чем большее влияние имеет нелинейный элемент на выходную характеристику, тем выше среднеквадратическая погрешность.

При этом степень аппроксимирующего полинома должна быть не меньше 4 и не больше 9 (в этом случае графики исходной функции и аппроксимирующей полностью совпадают).

*Этап 2.* Приближенную точку перегиба можно определить визуально по графику исходной функции. Для ее уточнения необходимо сначала найти 2-ую производную функции, а затем точку пересечения этой производной с осью  $0x$  – это и будет точка перегиба.

*Этап 3.* Уравнение касательной к функции в точке перегиба имеет вид:

$$y_K(t) = k_1(t - t_n) + k_2, \quad (7)$$

где  $t_n$  – точка перегиба;

$k_2$  – значение функции в точке перегиба,

$$k_2 = P(t_n);$$

$k_1$  – коэффициент, определяющий наклон касательной, находится как

$$k_1 = \frac{dP(t_n)}{dt}.$$

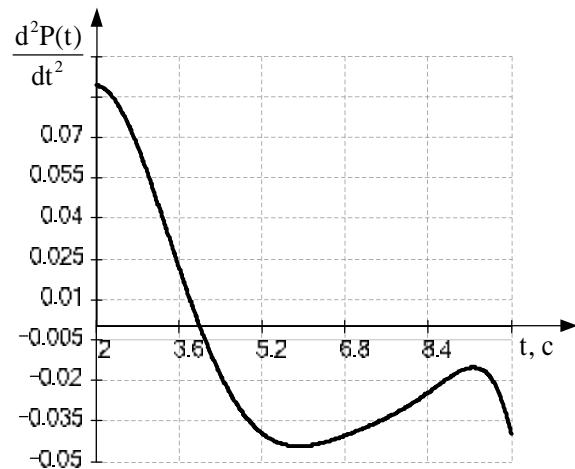


Рисунок 4 – Производная второго порядка переходной функции

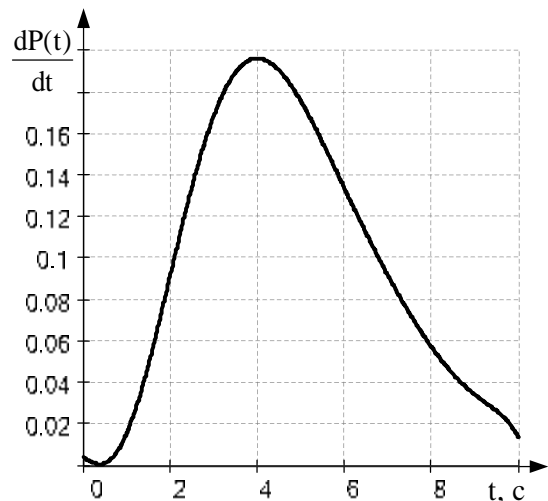


Рисунок 5 – Производная первого порядка переходной функции

Как видно из графика производная функции в точке перегиба имеет максимальное значение.

*Этап 4.* После построения касательной к функции в точке перегиба можно определить постоянные времени переходного процесса (рис. 6).

Здесь на графике:

$T_1$  – время запаздывания;

$T_2$  – постоянная времени переходного процесса до точки перегиба;

$T_3$  – постоянная времени переходного процесса после точки перегиба.

Обычно, для того, чтобы охарактеризовать переходной процесс достаточно постоянной времени  $T_3$ , но в данном случае все постоянные времени зависят от положения нелинейного элемента. Отдельные

изменение  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  в зависимости от положения нелинейного элемента не велики, поэтому удобнее пользоваться интегрированной величиной

$$T = T_1 + T_2 + T_3. \quad (8)$$

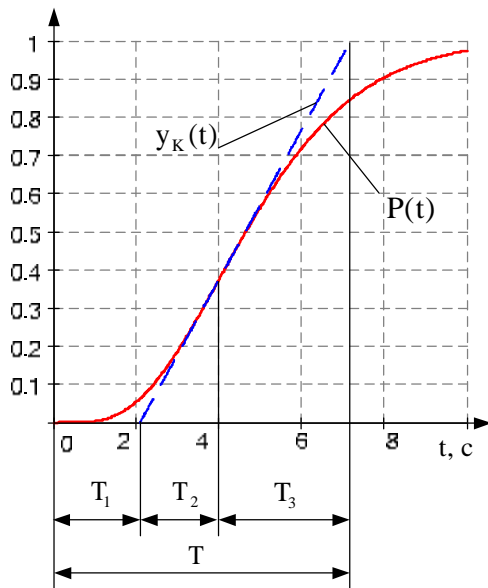


Рисунок 6 – Построение касательной к функции в точке перегиба

Зависимость интегральной постоянной времени от положения нелинейного элемента будет иметь вид, как показано на рис. 7 (график построен в относительных единицах, за базовую величину принята постоянная времени передаточной функции, реализующей модель отдельного участка обмотки).

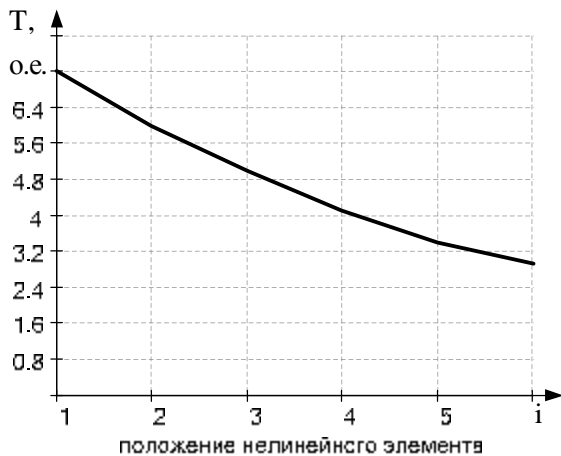


Рисунок 7 – Зависимость постоянной времени от положения нелинейного элемента

Полученная зависимость также была аппроксимирована по методике изложенной выше, ее математическое описание

$$T(i) = 8.609 - 1.486 \cdot i + 0.089 \cdot i^2. \quad (9)$$

**Выводы.** Результаты проведенных исследований позволяют решать задачу определения положения повреждения по переходным процессам.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин. – М.: Высш. шк., 1987. – 248 с.
2. Чорний О.П., Луговой А.В., Родькін Д.Й. Моделивання електромеханічних систем. – Кременчук, 2001. – 376 с.
3. Каганов З.Г. Электрические цепи с распределенными параметрами и цепные схемы. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 248 с.
4. Истомина Н.Н. Особенности определения расположения не линейности в цепи апериодических звеньев // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету імені Михайла Остроградського. – Кременчук: КДПУ. – 2007. – Вип. 3 (44). – Ч.1. – С. 168-170.
5. Истомина Н.Н. Моделирование обмотки статора асинхронного двигателя как линии с распределенными параметрами, содержащей нелинейность // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету імені Михайла Остроградського. – Кременчук: КДПУ. – 2007. – Вип. 4 (45). – Ч.2. – С. 61-65.

Стаття надійшла 03.05.2007 р.  
Рекомендовано до друку д.т.н., проф.  
Родькіним Д.Й.