УДК 621.311.1:519.8

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ОПТИМІЗАЦІЇ ГРАФІКІВ НАВАНТАЖЕНЬ В УМОВАХ ВИКОРИСТАННЯ ДИФЕРЕНЦІЙОВАНИХ ТАРИФІВ

Плєшков П.Г., к.т.н., доц., Кубкін М.В., асистент
Кіровоградський національний технічний університет
25000, м. Кіровоград, пр. Університетський, 8
E-mail: epp@kdtu.kr.ua

В статье рассмотрены задачи формирования графиков электрической нагрузки (непрерывной и дискретной), которые в условиях использования дифференцированных тарифов обеспечивают минимум оплаты за потребленную электрическую энергию.

Ключевые слова: график электрических нагрузок, оптимизация, дифференцированные тарифы.

The article deals with the task of the formation of electrical load diagrams (continuous and discrete), which can provide the minimum payment for the electric energy demand under the condition of using differential rate.

Key words: electrical load diagram, optimization, differential rate.

Вступ. Економічні взаємовідносини між виробниками електроенергії, електроенергетичними системами і споживачами регулюються за допомогою встановлення тарифів на електроенергію. [1].

Аналіз попередніх досліджень. На сьогодні широкого розповсюдження набув тариф, диференційований за часом доби. Використання такого тарифу відкриває можливості для регулювання графіків електричних навантажень (ГЕН). Тому актуальною стає задача розробки математичних моделей формування оптимальних ГЕН.

Мета роботи – розробка математичних моделей оптимізації ГЕН в розумінні зменшення плати за спожиту електроенергію.

Матеріал і результати дослідження. Для загальності розглянемо формування математичної моделі оптимізації неперервного ГЕН P(t) в умовах диференційованого за часом доби тарифа, що має N зон з різним значенням тарифної ставки c (рис. 1).

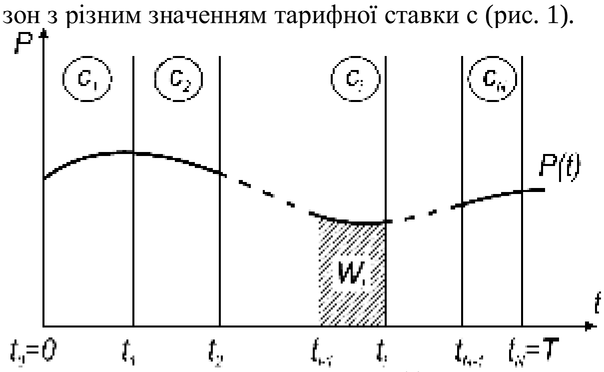

Рисунок 1 – Неперервний графік електричних навантажень

Енергія, спожита в i-й тарифній зоні:

$$W_i = \int_{t_{i-1}}^{t_i} P(t)dt .$$

Плата за енергію, спожиту в i-й тарифній зоні:

$$\Pi_i = c_i W_i = c_i \int_{t_{i-1}}^{t_i} P(t)dt .$$

Плата за електричну енергію, спожиту за період T:

$$\Pi(P) = \sum_{i=1}^{N} \Pi_i = \sum_{i=1}^{N} c_i W_i = \sum_{i=1}^{N} c_i \int_{t_{i-1}}^{t_i} P(t)dt . \quad (1)$$

Введемо поняття тарифної функції. Зміну тарифних ставок у часі можна представити у вигляді ступінчастого графіка (рис. 2). Для аналітичного представлення такого графіка скористаємося узагальненою функцією Хевісайда [2]:

$$H(t-\tau) = \begin{cases} 0 \text{ при } t < \tau, \\ 1 \text{ при } t \geq \tau. \end{cases} \quad (2)$$

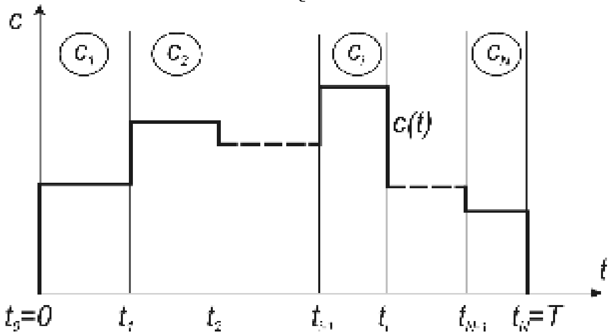

Рисунок 2 – Ступінчастий графік електричних навантажень

Аналітична функція, що описує графік рис. 2 має вид:

$$\begin{aligned} &(c_1 - c_0)H(t-t_0) + (c_2 - c_1)H(t-t_1) + \ldots \\ &\ldots + (c_i - c_{i-1})H(t-t_{i-1}) + \ldots \quad (3) \\ &\ldots + (c_N - c_{N-1})H(t-t_{N-1}) + (c_{N+1} - c_N)H(t-T), \end{aligned}$$

де $t_N = T$; $c_0 = c_{N+1} = 0$.

Позначимо суму (3) як c(t) та назвемо її тарифною функцією:

$$c(t) = \sum_{i=1}^{N+1} (c_i - c_{i-1}) H(t - t_{i-1}). \qquad (4)$$

Покажемо, що при неперервному графіку електричних навантажень P(t) та заданій тарифній функції c(t) плата П за спожиту електричну енергію на інтервалі [0;T] буде визначатись інтегралом:

$$\int_0^T c(t)P(t)dt . \qquad (5)$$

Підставивши (4) в (5), отримаємо:

$$\int_0^T \left(\sum_{i=1}^{N+1} (c_i - c_{i-1}) H(t - t_{i-1}) \right) P(t)dt .$$

Інтеграл суми дорівнює сумі інтегралів, тому останній вираз набуде вигляду:

$$\sum_{i=1}^{N+1} \int_0^T (c_i - c_{i-1}) H(t - t_{i-1}) P(t)dt .$$

Виходячи з визначення функції Хевісайда, можна довести, що для неперервної функції f(t):

$$\int_0^{\tau} H(t-\tau) f(t)dt + \int_{\tau}^T H(t-\tau) f(t)dt ,$$

тому

$$\sum_{i=1}^{N+1} \int_0^T (c_i - c_{i-1}) H(t - t_{i-1}) P(t)dt =$$

$$= \sum_{i=1}^{N+1} (c_i - c_{i-1}) \int_{t_{i-1}}^T P(t)dt = \sum_{i=1}^{N+1} \left[c_i \int_{t_{i-1}}^T P(t)dt - c_{i-1} \int_{t_{i-1}}^T P(t)dt \right] =$$

$$= \left[c_1 \int_{t_0}^T P(t)dt - c_0 \int_{t_0}^T P(t)dt \right] + \left[c_2 \int_{t_1}^T P(t)dt - c_1 \int_{t_1}^T P(t)dt \right] + \ldots$$

$$+ \left[c_i \int_{t_{i-1}}^T P(t)dt - c_{i-1} \int_{t_{i-1}}^T P(t)dt \right] + \ldots$$

$$+ \left[c_N \int_{t_{N-1}}^T P(t)dt - c_{N-1} \int_{t_{N-1}}^T P(t)dt \right] +$$

$$+ \left[c_{N+1} \int_{t_N}^T P(t)dt - c_N \int_{t_N}^T P(t)dt \right].$$

Оскільки

$$c_0 = c_{N+1} = 0, \quad t_0 = 0, \quad t_N = T ,$$

то

$$c_0 \int_{t_0}^T P(t)dt = 0;$$

$$c_{N+1} \int_T^T P(t)dt = 0;$$

$$c_N \int_T^T P(t)dt = 0.$$

Для останнього виразу застосована властивість визначеного інтеграла $\int_a^a f(x)dx = 0$.

Групуємо доданки за тарифними коефіцієнтами:

$$c_1 \left(\int_{t_0=0}^T P(t)dt - \int_{t_1}^T P(t)dt \right) + c_2 \left(\int_{t_1}^T P(t)dt - \int_{t_2}^T P(t)dt \right) + \ldots$$

$$+ c_i \left(\int_{t_{i-1}}^T P(t)dt - \int_{t_i}^T P(t)dt \right) + \ldots + c_N \int_{t_{N-1}}^T P(t)dt.$$

Скориставшись для виразів в дужках властивістю визначених інтегралів:

$$\int_a^c f(x)dx - \int_b^c f(x)dx = \int_a^b f(x)dx ,$$

перепишемо передостанній вираз:

$$c_1 \int_0^{t_1} P(t)dt + c_2 \int_{t_1}^{t_2} P(t)dt + \ldots + c_i \int_{t_{i-1}}^{t_i} P(t)dt + \ldots$$

$$+ c_N \int_{t_{N-1}}^{t_N} P(t)dt = \sum_{i=1}^{N} c_i \int_{t_{i-1}}^{t_i} P(t)dt = \sum_{i=1}^{N} c_i W_i = П.$$

Таким чином

$$П = \int_0^T c(t)P(t)dt .$$

Регулювання графіку навантажень пов'язано з певними витратами на переналаштування технологічного процесу. Позначимо j-й вид витрат на переналаштування технологічного процесу на новий вид ГЕН як B_j. Накладемо обмеження, щоб сумарні витрати на реалізацію заходів по переналаштуванню технологічного процесу не перевищували максимально можливих B_{max}:

$$\sum_{j=1}^{M} B_j \le B_{max} , \qquad (6а)$$

або в матричному вигляді:

$$(\mathbf{B}_{M \times 1})^T \cdot \mathbf{1}_{M \times 1} \le B_{max} , \qquad (6б)$$

де M – кількість заходів, **1** – матриця-стовпчик, елементами якої є одиниці.

Враховуючи (5) та (6а), в загальному випадку задача оптимізації ГЕН в розумінні зменшення плати за спожиту електроенергію матиме вид:

$$\begin{cases} П = \int_0^T c(t)P(t)dt \to \min, \\ \sum_{j=1}^{M} B_j \le B_{max}, \\ P(t) \ge 0, \\ t \in [0,T]; \quad j = \overline{1,M}. \end{cases} \qquad (7)$$

Тобто необхідно знайти неперервну на відрізку [0,T] функцію P(t) яка б мінімізувала цільовий функціонал (5) та задовольняла накладеним умовам.

Задача (7) представляє собою загальну задачу оптимізації для неперервних графіків навантажень.

В електроенергетиці набули поширення дискретні (східчасті) графіки навантажень. Задача (7) для таких ГЕН буде мати інший вид.

Нехай графік навантажень має K сходинок (рис. 3). Часова ширина сходинки Δt.

Споживання електроенергії на k-й сходинці:

$$W_k = P_k \Delta t .$$

Плата за спожиту електричну енергію на k-й сходинці:

$$\Pi_k = c_k W_k ,$$

де c_k – тарифна ставка для k-й сходини.

Загальна плата за спожиту електроенергію на інтервалі [0, T]:

$$\Pi = \sum_{k=1}^{K} \Pi_k = \sum_{k=1}^{K} c_k W_k = \sum_{k=1}^{K} c_k P_k \Delta t .$$

Постійний множник Δt можна винести за знак суми:

$$\Pi = \Delta t \sum_{k=1}^{K} c_k P_k . \qquad (8)$$

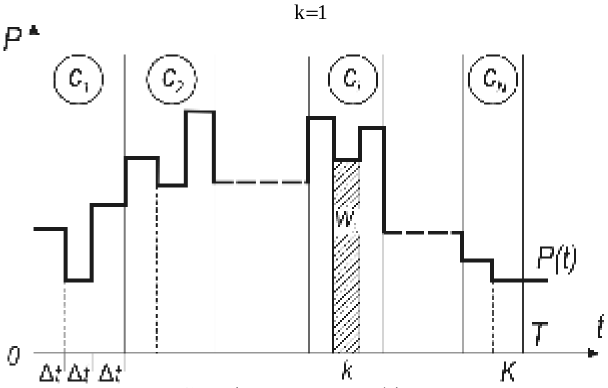

Рисунок 3 –Ступінчастий графік електричних навантажень, що має K сходинок

При пошуку мінімуму функціонала (8) постійний множник Δt не буде впливати на розв'язок. Тому в якості цільового функціонала приймаємо

$$J = \sum_{k=1}^{K} c_k P_k . \qquad (9)$$

Враховуючи (6а), задача оптимізації східчастого ГЕН в розумінні зменшення плати за спожиту електроенергію:

$$\begin{cases} J = \sum_{k=1}^{K} c_k P_k \to \min, \\ \sum_{j=1}^{M} B_j \le B_{max}, \\ P_k \ge 0, \\ k = \overline{1, K}. \end{cases} \qquad (10)$$

Якщо ввести вектор-матриці

$$\mathbf{P}_{K \times 1} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_K \end{bmatrix} \text{ та } c_{K \times 1} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_K \end{bmatrix},$$

то функціонал (9) можна представити у вигляді:

$$J = (c_{K \times 1})^T \mathbf{P}_{K \times 1} , \qquad (11)$$

де **P** – вектор навантаження; c – тарифний вектор.

Якщо в (10) замість цільового функціонала (9) підставити (11) і врахувати (6б), то отримаємо задачу оптимізації в матричній формі:

$$\begin{cases} J = (c_{K \times 1})^T \mathbf{P}_{K \times 1} \to \min, \\ (\mathbf{B}_{M \times 1})^T \mathbf{1}_{M \times 1} \le B_{max}, \\ \mathbf{W}_{K \times 1} \ge 0. \end{cases} \qquad (12)$$

Задачі (10) та (12) є задачами лінійного програмування. Розв'язок цих задач можна знайти методами теорії лінійного програмування (наприклад, симплекс-методом) [3].

Задачі (7), (10) та (11) представлені в загальному виді. При застосуванні їх до конкретних об'єктів, в них можна вводити додаткові умови Наприклад, якщо задатись, що при зміні ГЕН електроенергія, що споживається, не змінюється і дорівнює W, то в задачі необхідно ввести додаткові умови:

$$\int_0^T P(t) = W , \text{ [для задачі (7)]}$$

або

$$\sum_{k=1}^{K} P_k = W , \text{ [для задачі (10)]}$$

або

$$(\mathbf{P}_{K \times 1})^T \mathbf{1}_{K \times 1} = W \text{ [для задачі (12)].}$$

Висновки. Отримані математичні моделі дозволяють оптимізувати графіки електричних навантажень, як при неперервному представленні, так і східчастих (дискретних). Дані моделі є детермінованими, тому перспективним є розробка стохастичних моделей оптимізації ГЕН. Окремих досліджень потребує визначення величини витрат B_j при зміні технологічного процесу.

ЛІТЕРАТУРА

1. Мельник Л.Г., Корінцева О.І., Сотник І.М. Економіка енергетики. – Суми: ВТД «Університетська книга», 2006. – 238 с.

2. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. В 3 т. – М.: Высш. школа., 1988. – Т. 3. – 352 с.

3. Хэмди А. Таха. Введение в исследование операций. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2007. – 912 с.

Стаття надійшла 20.04.2008 р.
Рекомендовано до друку д.т.н., проф. Родькіним Д.Й.