

УДК 621.3.08

ДИНАМІЧНІ ТА СТАТИЧНІ МЕТРОЛОГІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВИМІРЮВАЛЬНОГО КАНАЛУ КУТОВИХ ПОЛОЖЕНЬ КРОКОВИХ ДВИГУНІВ

*Кухарчук В.В., д.т.н., проф., Усов В.В., асп.
Вінницький національний технічний університет
Україна, 21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе 95
E-mail: victor386@rambler.ru*

В работе рассматривается проблема повышения точности и быстродействия измерительного канала угловых положения шаговых двигателей, путем оценки динамических и статических метрологических характеристик. Для этого усовершенствована математическая модель, проведен расчет адекватных параметров измерительного канала и разработана методика экспериментальных исследований.

Ключевые слова: измерительный канал, шаговый двигатель, динамические и статические характеристики.

This work discusses the problem of increasing accuracy and performance of stepping motor angular position measuring channel by estimation of dynamic and static metrological characteristics. For this purpose have been improved mathematical model, computed measuring channel parameters and developed the experimental researches method.

Key words: measuring channel, stepping motor, dynamic and static characteristics.

Вступ. Метрологічні характеристики є одними з основних показників ефективності використання засобу вимірювання. В першу чергу, вони застосовуються для оцінки результату та похибок вимірювання, що є основним завданням вимірювальної техніки та метрології. Крім того, розрахунок та аналіз метрологічних характеристик дозволяє отримати значення параметрів складових елементів засобу вимірювання, які задовольнятимуть встановлені норми і забезпечуватимуть мінімальну похибку вимірювання в статичному та динамічному режимах роботи [1].

Тому розрахунок метрологічних характеристик є важливою і актуальною задачею як в процесі проектування засобу вимірювання, так і його метрологічної атестації та перевірки.

Аналіз попередніх досліджень. Розрахунок метрологічних характеристик засобу вимірювання не є принципово новою задачею, яка вже давно вивчена, розроблено відповідні методики та класифікації, встановлено певні норми та вимоги. Так відповідно до [1, 2] розглядаються динамічні і статичні характеристики.

До динамічних характеристик відносяться диференціальне рівняння, передаточна функція, перехідна характеристика, амплітудно - і фазочастотна характеристики та ін., що показують зміну вихідного сигналу в часі. В процесі розрахунку динамічних характеристик вирішується дві важливі задачі: визначення реакції на виході засобу вимірювання при заданому вхідному сигналі (встановлення характеру і часу перехідного процесу) та визначення таких параметрів засобу вимірювання, динамічні характеристики якого наближатимуться до заданих [3]. Перша задача реалізується за допомогою алгебраїчних методів у випадку коли система описується диференціальним рівнянням першого або другого порядків, що описані в [1, 3]. Складнішим завданням є знахо-

дження параметрів динамічних характеристик. Для цього необхідно скористатися критерієм, що визначає допустимі відхилення вихідної величини. Відповідно до [3] таким критерієм є допустиме значення динамічної похибки δ та раціональний час перехідного процесу t_p , тобто:

$$\begin{cases} \Delta_D \leq \delta, \\ t_{n.n.} \leq t_p, \end{cases} \quad (1)$$

де Δ_D – динамічна похибка; $t_{n.n.}$ – час перехідного процесу.

При цьому динамічна похибка може виражатися за вихідним сигналом як:

$$\Delta_D = h(t) - h_1, \quad (2)$$

де $h(t)$ – перехідна характеристика засобу вимірювання; h_1 – усталене значення.

Як правило, за допустиме значення динамічної похибки вибирають 0,01 або 0,05. Тривалість перехідного процесу залежить, в першу чергу, від порядку системи та інерційних властивостей засобу вимірювання [3].

Фактично метою розрахунку динамічних характеристик буде ідентифікація математичної моделі засобу вимірювання, що включає визначення її структури та параметрів.

Отримавши математичну модель системи у вигляді диференціального рівняння і розв'язавши його в початковий момент часу, досить просто оцінити статичні характеристики засобу вимірювання. До них відносять: функцію перетворення, статичну характеристику, чутливість, поріг чутливості, роздільну здатність, адитивну і мультиплікативну похибки, похибка нелінійності, діапазон вимірювання, швидкість [1, 2].

Після отримання аналітичних залежностей для

оцінювання метрологічних характеристик необхідно здійснити їх порівняння з експериментальними даними. Для цього проводиться ряд вимірювань і будується емпірична статична характеристика. Цим досягатиметься оцінка адитивної та мультиплікативної складової похибок [1].

Незважаючи на те, що всі описані положення є

відомими, суттєвою проблемою є оцінка метрологічних характеристик в кожному конкретному випадку.

В [4] було розроблено вимірювальний канал (ВК) кутових положень крокових двигунів (КД), структурна схема якого приведена на рис. 1.

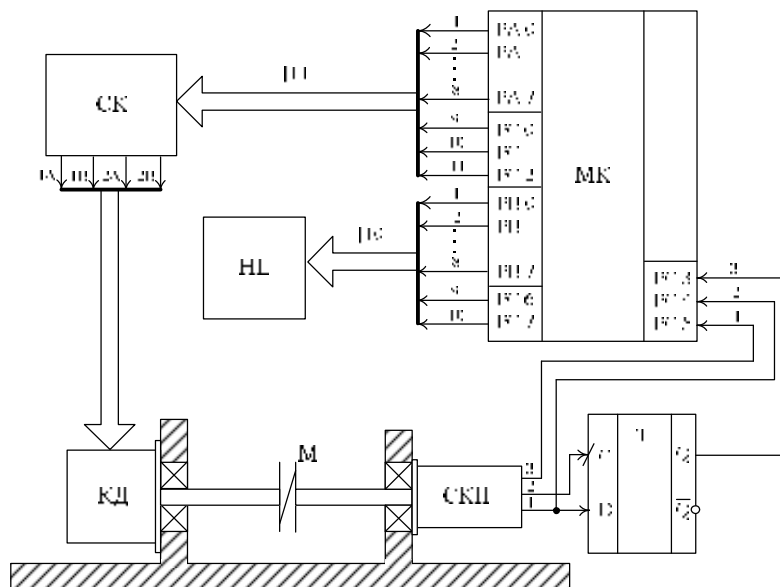


Рисунок 1 – Структурна схема вимірювального каналу кутових положень КД

ВК призначений для вимірювання кута повороту КД при переході від одного кутового положення до наступного і включає в себе: систему керування кроковим двигуном (СК); пружну муфту (М); фотоелектричний сенсор кута повороту (СКП); мікропроцесорний контролер (МК); D-тригер; ріднокристалічний дисплей (HL).

В основі даного ВК лежить метод прискореного контролю, який ґрунтується на вимірюванні кутових переміщень вала КД під час переходного процесу (рис. 2), за рахунок чого досягається максимальна швидкодія вимірювання [4].

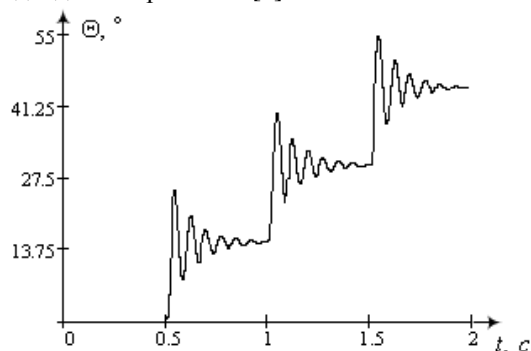


Рисунок 2 – Перехідний процес кута повороту вала КД

Оскільки зміна кута повороту КД відбувається стрибкоподібно (рис. 2), тобто перехідний процес є коливальним, то для підвищення точності вимірювального каналу важливим є покращення саме ди-

намічних характеристик.

Відома математична модель вимірювального каналу кутових положень крокових двигунів [4] потребує подальшого вдосконалення і уточнення, без якої неможлива адекватна оцінка метрологічних характеристик. В першу чергу необхідно врахувати наявність з'єднувальної пружної муфти М та тертя в підшипниках.

Крім того, проблемним є отримання емпіричної статичної характеристики, оскільки вимірювальний канал проводить вимірювання номінального кута кроку, яке є сталим для кожного двигуна. Все це вимагає пошуку нових теоретичних та практичних рішень.

Мета роботи – підвищення точності і швидкодії вимірювального каналу кутових положень крокових двигунів, шляхом оцінки його динамічних та статичних метрологічних характеристик. Для цього, в першу чергу, слід вдосконалити математичну модель вимірювального каналу та розробити методику проведення експериментальних досліджень.

Матеріал і результати дослідження. Як зазначалося вище, першим етапом оцінки метрологічних характеристик засобу вимірювання є розробка його математичної моделі. Основними складовими ВК, які безпосередньо задіяні у вимірювальному перетворенні кута повороту у двійковий код є: пружна муфта спряження, яка призначена для передачі обертового моменту, демпування коливаний ротора і зменшення радіальних і кутових зміщень, та фотоелектричний сенсор кута повороту, що здійснює ква-

нтування кута повороту КД.

З [4] рівняння перетворення СКП має вигляд:

$$N = \frac{z}{360^\circ} \cdot \theta_c, \quad (3)$$

де N_c – кількість імпульсів на виході СКП; θ_c – кут повороту вала СКП; z – кількість періодів на оберт СКП.

Оскільки передача обертового моменту від двигуна до сенсора здійснюється через муфту з пружним елементом, то рівняння руху системи в загальному вигляді може бути записано наступним чином [5]:

$$\begin{cases} J_D \ddot{\theta}_d = M_d - b\dot{\theta} - c\theta, \\ J_\Sigma \ddot{\theta}_c = b\dot{\theta} + c\theta - M_c, \end{cases} \quad (4)$$

де J_D – момент інерції ротора КД; M_D – обертовий момент КД; M_c – момент навантаження (момент тертя СПК); $J_\Sigma = J_m + J_c$ – сумарний момент інерції муфти і сенсора; c – коефіцієнт жорсткості муфти; b – коефіцієнт демпфування муфти; θ_d – кут вала повороту КД; $\theta = \theta_d - \theta_c$ – кутове зміщення напівмуфт.

Після перетворень (4) матимемо:

$$J_\Sigma \ddot{\theta}_c + b\dot{\theta}_c + c\theta_c = b\dot{\theta}_d - c\theta_d - M_c. \quad (5)$$

Диференціальне рівняння другого порядку (5) описує обертовий рух вала СКП в залежності від кута повороту КД, при цьому враховуються демпфуючі властивості муфти спряження. Це дозволяє зменшити коливання вала СКП при переході від одного кутового положення двигуна до наступного. Тому важливим є використання муфти, коефіцієнт демпфування якої забезпечує достатнє розсіювання.

Задача розрахунку адекватних параметрів засобу вимірювання другого порядку розв'язана в [3], проте розглядається система з іншим виглядом правої частити рівняння руху. Тому необхідно здійснити аналогічні розрахунки з врахуванням (5), основною метою яких буде пошук залежності коефіцієнта демпфування b від сумарного моменту інерції J_Σ та жорсткості муфти c .

Принцип такого розрахунку полягає у визначенні динамічної похибки за (2) та перевірки умов (1). Для цього знайдемо передаточну функцію системи, перетворивши (5) по Лапласу:

$$(J_\Sigma p^2 + bp + c) \cdot \Theta_c(p) = (bp + c) \cdot \Theta_d(p) - \frac{M_c}{p},$$

і знехтувавши для простоти розрахунків досить малим значенням M_c , матимемо:

$$W(p) = \frac{\Theta_c(p)}{\Theta_d(p)} = \frac{bp + c}{J_\Sigma p^2 + bp + c}. \quad (6)$$

Звідки перехідна характеристика:

$$H(p) = \frac{W(p)}{p} = \frac{bp + c}{p \cdot (J_\Sigma p^2 + bp + c)} = \frac{A(p)}{B(p)}. \quad (7)$$

Для перетворення зображення $H(p)$ в оригінал скористаємося теоремою розкладання:

$$h(t) = \sum_{k=1}^n \frac{A(p_k)}{B'(p_k)} e^{p_k \cdot t}. \quad (8)$$

З (7) характеристичне рівняння буде мати вигляд:

$$p(p^2 + 2hp + \omega_0^2) = 0,$$

$$\text{де } h = \frac{b}{2J_\Sigma}; \quad \omega_0^2 = \frac{c}{J_\Sigma}.$$

Для випадку коли корені рівняння комплексні, маємо:

$$\begin{cases} p_1 = 0, \\ p_{1,2} = -h \pm j\omega, \end{cases} \quad (9)$$

$$\text{де } \omega = \sqrt{\omega_0^2 - h^2}.$$

Після підстановки відповідних значень $A(p_k)$, $B'(p_k)$, коренів (9) і необхідних спрощень, матимемо таку залежність для оцінки перехідної характеристики:

$$h(t) = 1 - e^{-h \cdot t} \cos(\omega \cdot t). \quad (10)$$

З [3] відомо, що раціональний час перехідного процесу рівний:

$$t_p = \frac{\pi}{\omega}. \quad (11)$$

Тоді при усталеному значенні перехідної характеристики $h_1 = 1$ динамічна похибка (2) буде мати вигляд:

$$\Delta_D = e^{-\frac{h \cdot \pi}{\omega}}.$$

Після спрощень та з врахуванням (1) в граничному випадку маємо рівняння:

$$\delta = -e^{-\frac{b \cdot \pi}{\sqrt{4J_\Sigma - b^2}}},$$

розв'язком якого буде шуканий коефіцієнт демпфування:

$$b = \frac{2\sqrt{c \cdot J_\Sigma} \cdot \ln \frac{1}{\delta}}{\sqrt{\pi^2 + \left(\ln \frac{1}{\delta}\right)^2}}. \quad (12)$$

Наприклад, для фотоелектричного сенсора кута ЛІР-120А з моментом інерції вала $J_c = 4 \cdot 10^{-8} \text{ кг м}^2$, муфти ЛІР-801 з жорсткістю до кручення $c = 150 \text{ Нм/рад}$ і моментом інерції $J_m = 3 \cdot 10^{-6} \text{ кг м}^2$, при допустимому значенні динамічної похибки $\delta = 0.01$, з (12) коефіцієнт демпфування муфти рівний: $b = 0.035 \text{ Нм/рад}^2$. Як відомо, таке демпфування забезпечується за рахунок повітряного тертя.

Таким чином, перехідний процес вимірювально-го перетворення кута повороту КД при дії одиничної функції $1(t)$ має вигляд (рис. 3):

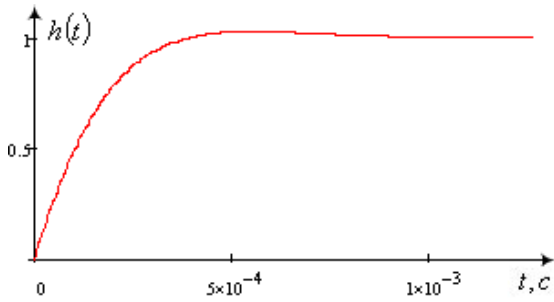


Рисунок 3 – Перехідний процес вимірювального перетворення кута повороту КД

Як видно з рис. 3, перехідний процес є практично аперіодичним, що досягається за рахунок достатнього демпфування муфти спряження. При цьому час перехідного процесу з (11) складає $t_p = 8.6 \cdot 10^{-4}$ с. Тому за рахунок відсутності перерегулювання і відносно малого часу перехідного процесу досягається вимірювання з високою точністю за умов стрибкоподібної зміни кута повороту КД при переході від одного кутового положення до наступного.

Для подальшого аналізу статичних характеристик ВК розглянемо диференціальне (5) в початковий момент часу при $t = 0$, маємо:

$$c\theta_c = c\theta_d - M_c,$$

а разом з (3) матимемо рівняння перетворення ВК кутових положень КД:

$$N = \frac{z}{360^\circ} \cdot \theta_d - \frac{z}{360^\circ} \cdot \frac{M_c}{c}. \quad (13)$$

При цьому, розглядаючи кут повороту θ_d в градусах, слід узгодити розмірність коефіцієнту жорсткості муфти, помноживши на $\pi/360^\circ$:

$$N = \frac{z}{360^\circ} \cdot \theta_d - \frac{z \cdot M_c}{c \cdot \pi}. \quad (14)$$

Графічне представлення рівняння перетворення (14) зображено на рис. 4.

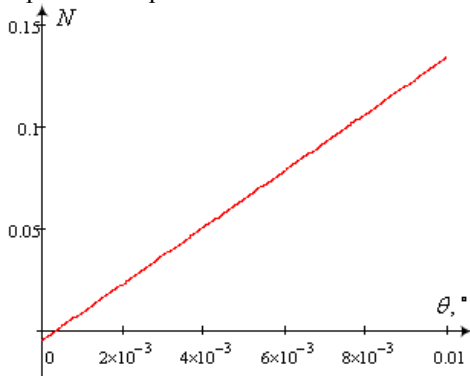


Рисунок 4 – Теоретична статична характеристика ВК кутових положень КД

Аналізуючи рівняння (14) слід відзначити, що статична характеристика вимірювального каналу лінійна і відповідає вимогам, які ставляться до засобів вимірювання [2].

Відповідно до [1] чутливість даного ВК визначається:

$$S = \frac{dN}{d\theta_d} = \frac{z}{360^\circ} = 13.89 \text{ імпульс/град.}$$

В даному випадку чутливість постійна і не залежить від вимірюваної величини. Це важливо при вимірюванні кутових положень КД, ротор якого коливается навколо стійких положень.

Як видно з (14) та рис. 4, при деякому значенні кута повороту КД імпульси на виході СКП відсутні. Це пояснюється тим, що для обертання вала сенсора необхідно подолати момент опору в підшипниках M_c . При цьому виникає зона нечутливості ВК, яка обмежується «0⁰» та порогом чутливості θ_n , що визначається з рівняння перетворення. Тому прирівнявши (14) до нуля, маємо:

$$\theta_n = \frac{M_c \cdot 360^\circ}{c \cdot \pi} = 3.8 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ$$

Значення θ_n досить мале, тому при роботі в покрітковому режимі дана характеристика ВК практично не буде вносити додаткових похибок в результат вимірювань.

Більш суттєвим для ВК кутових положень КД є роздільна здатність сенсора, що визначається значенням кута на один імпульс, тобто:

$$R = \frac{360^\circ}{z} = 0.072 \text{ град/імпульс.}$$

Це значення суттєво впливає на результат вимірювання, і є основною складовою систематичної похибки. Тому для підвищення точності вимірювання слід збільшити роздільну здатність СКП. Це досягається шляхом підвищення числа періодів на оберт z або за рахунок схемотехнічних рішень [6]. При цьому відносна похибка квантування обернено пропорційна вимірюваній величині, тобто:

$$d_k = \frac{1}{N} \cdot 100\% = \frac{360^\circ \cdot c \cdot p}{z(c \cdot p \cdot q_d - M_c \cdot 360^\circ)} \cdot 100\%,$$

і зростає при вимірюванні малих кутових зміщень (рис. 5).

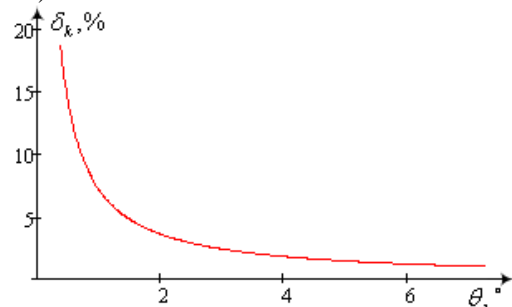


Рисунок 5 – Відносна похибка квантування ВК кутових положень КД

Тому даний ВК доцільно застосовувати для вимірювання кутових положень КД з номінальним кутом кроку більшим 6° .

Для оцінки адитивної та мультиплікативної складових похибок приведених теоретичних статичних характеристик недостатньо, тому необхідно провести експериментальні дослідження. Для цього

слід розробити відповідну методику випробування.

Особливістю ВК є вимірювання значення кроку КД, яке стає для певного типу двигунів. Тому отримання експериментальної статичної характеристики на всьому діапазоні неможливе при використанні лише одного типу КД. Для вирішення цієї проблеми необхідно проводити вимірювання для різних типів двигунів.

Наприклад, проведемо вимірювання кутових положень КД типу М35SP-6 з номінальним кутом кроку 15° . Отримаємо ряд значень, що коливатимуться навколо кута кроку (рис. 6).

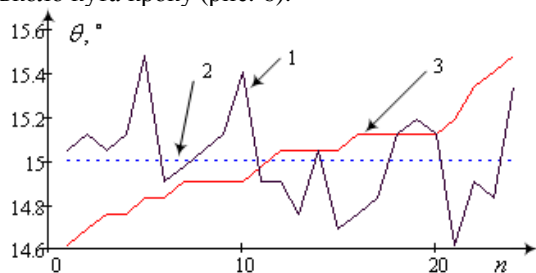


Рисунок 6 – Результати багаторазових вимірювань кута повороту КД М35SP-6:

1 – початкові результати вимірювань; 2 – середнє арифметичне; 3 – ранжирована вибірка

Після чого з ряду вимірювань виберемо максимальне та мінімальне: $\theta_{\max} = 15,48^{\circ}$; $\theta_{\min} = 14,62^{\circ}$, матимемо відповідні межі відхилень дослідних даних від теоретичних.

Провівши експерименти для двигунів М25SP-3 та М25SP-4, побудуємо експериментальні статичні характеристики (рис. 7).

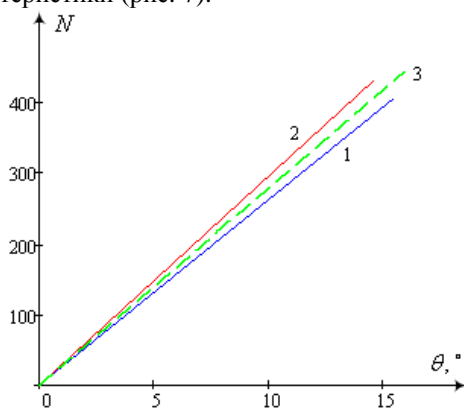


Рисунок 7 – Експериментальні 1, 2 і теоретична 3 статичні характеристики

Тоді нормована похибка вимірювання у вигляді лінійної функції буде рівною: $\Delta = \pm(b\theta + a)$. В даному випадку адитивна складова буде рівною порогу чутливості сенсора $a = \theta_n$. Значно більшою буде мультиплікативна складова похибки, яка визначається як різниця чутливостей кривих 1 та 2 на рис. 7, тобто $b = S_1 - S_2 = 1,6$ імпульс/град.

Як видно з рис. 7 відхилення виміряного кута КД зменшуються, що пояснюється зменшенням коливань ротора для двигунів з меншим кутом кроку.

Але при цьому збільшується відносна методична похибка квантування (рис. 5). Тому використання даного ВК обмежено, а діапазон вимірювання складає від $7,5^{\circ}$ до 18° .

Досить важливою характеристикою засобу вимірювання є швидкодія. В першу чергу вона визначається як час, за який здійснюється вимірювальне перетворення. В загальному випадку вона складається з швидкодій кожного елемента пристрою. Проте в даному випадку основною складовою її буде час перехідного процесу коливання ротора КД при переході від одного кутового положення до наступного, який безпосередньо залежить від номінального кута кроку та режиму роботи. Наприклад, для КД М35SP-6 час перехідного процесу складає до 1,5 с, а час вимірювального перетворення кута в вимірювальним каналом до 10 мкс.

Висновки. В результаті проведених досліджень вдосконалено математичну модель вимірювального каналу кутових положень крокових двигунів, що дозволяє проводити дослідження ВК в повному обсязі.

Здійснено розрахунок та аналіз динамічних та статичних характеристик вимірювального каналу, таких як диференціальні рівняння, передаточна функція, перехідна характеристика, рівняння перетворення, чутливість та похибка квантування.

Розроблено методику експериментальних досліджень для нормування похибки у вигляді лінійної функції з адитивною та мультиплікативною складовими.

Оцінка наведених метрологічних характеристик дозволяє підвищити точність та швидкодію вимірювання з рахунок визначення адекватних параметрів складових частин ВК, що задовольняють умові мінімальнодопустимої похибки вимірювання, а також дозволяє в повній мірі здійснити нормувати точності засобу вимірювання в динамічному і статичному режимах роботи.

ЛІТЕРАТУРА

1. Володарський Є.Т., Кухарчук В.В., Поджаренко В.О., Сердюк Г.Б. Метрологічне забезпечення вимірювань і контролю: Навчальний посібник. – Вінниця: ВДТУ, 2001. – 219с.
2. Орнатский П.П. Теоретические основы информационно-измерительной техники. – К: Вища школа, 1983. – 319 с.
3. Полішко С.П., Трубенко О.Д. Точність засобів вимірювання. – К.: Вища школа, 1992. – 173с.
4. Кухарчук В.В., Усов В.В. Вимірювальний канал та методика нормування похибок кутового положення крокового двигуна // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – Вінниця. –2007. – №2 – С. 5-9.
5. Левитский Н. И. Колебания в механизмах. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 336 с.
6. Датчики фотоэлектрические ЛИР. Техническое описание. –С. П.: ОАО СКБ ИС – 2003. – 23 с.

Стаття надійшла 11.05.2008 р.