

УДК 621.318

## К РАСЧЕТУ МАГНИТНОГО ПОТОКА, ИНДУЦИРОВАННОГО ПОЛЕМ ДЕФЕКТА В СЕРДЕЧНИКАХ ФЕРРОЗОНДА

*Букреев В.В., к.т.н., доц., Корбан Н.П., асп., Полтавцев А.Ю., асп.*

*Восточноукраинский национальный университет имени Владимира Даля, г. Луганск*

*91034 м. Луганськ, кв. Молодіжний. 20 а*

*E-mail: [uni@snu.edu.ua](mailto:uni@snu.edu.ua)*

Розроблений метод розрахунку магнітного потоку, що індукується полем дефекту ферромагнітної деталі в сердечниках феррозонду. В запропонованому методі використовується математична модель, яка базується на теоремі про взаємність К.М. Поліванова. В роботі також запропонована математична модель процесу формування вихідного сигналу феррозонда.

**Ключові слова:** феррозонд, дефект, магнітний потік, математична модель.

The calculation method of a magnetic flow that is induced by a ferromagnetic detail defect field in a flux gate is developed. The mathematical model based on K.M.Polivanov reciprocal theorem is used in the suggested method. The mathematical model of creation process of a flux gate output signal is also suggested in the following work.

**Keywords:** flux gate, defect, magnetic flow, mathematical model.

**Введение.** Феррозондовые дефектоскопы являются одним из наиболее распространенных типов приборов неразрушающего контроля. Достоверность и чувствительность этих приборов в большой мере зависит от качества измерительных преобразователей – феррозондов со стержневыми сердечниками. Для проектирования этих преобразователей необходимы методы расчета, которые учитывают не только параметры магнитных систем феррозондов, но и параметры источников неоднородного магнитного поля, к которым относятся дефекты ферромагнитных деталей. Поэтому необходим новый подход к расчету измерительного тракта дефектоскопа, который излагается в настоящей статье.

**Анализ предыдущих исследований.** Согласно литературным источникам [1,2] расчет магнитометрического тракта феррозондового дефектоскопа производится фрагментарно. Рассчитывается магнитное поле рассеяния дефекта, которое в подавляющем большинстве случаев считается плоскопараллельным. Напряженность магнитного поля, индуцированного в сердечнике феррозонда намагниченным дефектом, считается как среднее по длине сердечника значение функции напряженности поля рассеяния дефекта, что при размерах дефекта много меньших размеров сердечника феррозонда дает недопустимо большие погрешности. Современные математические методы моделирования электромагнитных полей позволяют при незначительной степени идеализации построить математическую модель всего тракта формирования информационного сигнала феррозондового дефектоскопа.

**Цель работы.** Разработка метода расчета магнитного потока, индуцированного дефектом ферромагнитной детали в сердечниках феррозонда. Метод должен позволять учесть не только параметры феррозонда, но и параметры дефекта.

**Материалы и результаты исследования.** Математическая модель магнитометрического тракта.

Процедура математического моделирования магнитометрического тракта феррозондового дефектоскопа производится в соответствии с алгоритмом, блок-схема которого показана на рис. 1.

К исходным данным расчета относятся геометрические параметры дефекта, т.е. ширина раскрытия  $2b$ , глубина  $2c$  и длина  $2a$  (рис. 2) и данные о магнитной характеристике материала (зависимость  $M=f(H)$ ). В исходные данные также может включаться глубина залегания подповерхностного дефекта  $h$ . Контролируемая деталь является параллелепипедом с размерами  $2a_0 \times 2b_0 \times 2c_0$ , которая разбивается или на элементарные объемы (ЭО), или на элементарные площадки (ЭП). В области дефекта геометрические размеры ЭО и ЭП выбираются соизмеримыми с размерами дефекта. Результатом расчета, который выполняется путем численного решения интегральных уравнений, является значение вектора намагниченности  $\vec{M}$  в центре ЭО или нормальной составляющей вектора намагниченности  $M_n$  в центре ЭП. На следующем этапе производится расчет магнитного потока в сердечниках феррозонда по методу теоремы о взаимности К.М. Поліванова. Для этой цели рассчитывается напряженность или скалярный потенциал магнитного поля, создаваемый сердечниками феррозондов с расположенными на них обмотками.

Данные о магнитном потоке измеряемого поля в сердечниках феррозондов дают возможность определить амплитуду второй гармоники. Амплитуда выходного сигнала рассчитывается с учетом внутреннего сопротивления генератора и нагрузки.

Моделирование поля вектора намагниченности в нелинейной среде.

В качестве образца используется деталь в виде параллелепипеда с расположенным в центре дефектом. Размеры параллелепипеда  $2a_0 \times 2b_0 \times 2c_0$ , размеры дефекта  $2a \times 2b \times 2c$  (рис.2).

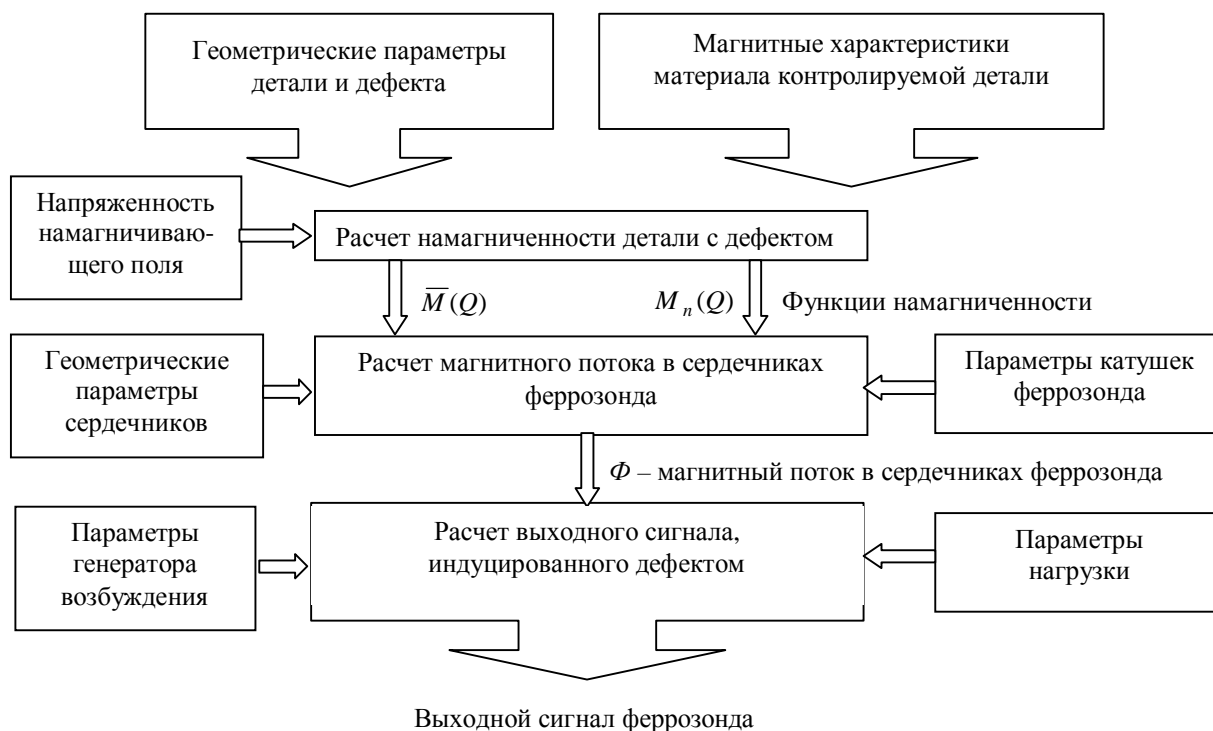


Рисунок 1 – Блок схема мат. модели процесса формирования выходного сигнала феррозонда

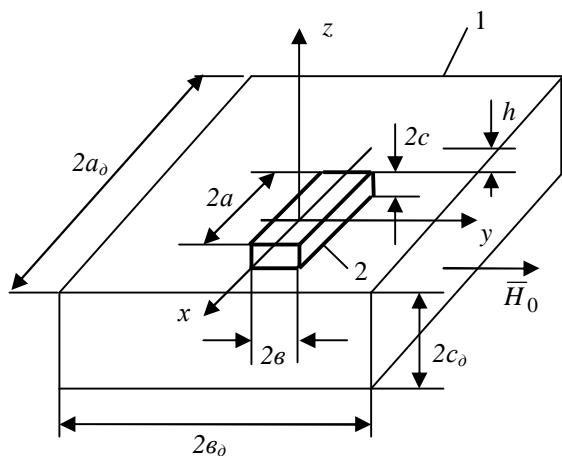


Рисунок 2 – Геометрическая модель детали с дефектом:  
1 – деталь, 2 – дефект

Параллелепипед помещен в однородное магнитное поле напряженностью  $H_0$ . Задача о вычислении значения намагниченности  $\bar{M}$  в объеме детали, включая область дефекта, решается в том случае, когда напряженность внешнего поля достаточна для насыщения материала детали. Используется интегральное пространственное уравнение, редуцированное к следующей системе алгебраических уравнений [3]:

$$\bar{H}_i = \frac{1}{4p} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^6 (\bar{M}_j, \bar{n}_{kj}) \int_{S_k} \frac{\bar{R}_{ij}}{R_{ij}^3} dS_k + \bar{H}_{0i}, \quad (1)$$

здесь  $N$  – количество параллелепипедов, на которые разбивается объем детали;  $\bar{n}_{kj}$  – нормаль к  $k$ -ой поверхности  $j$ -го параллелепипеда;  $S_k$  – поверхность  $k$ -ой грани параллелепипеда;  $\bar{M}_j$  – вектор намагниченности в центре параллелепипеда;  $\bar{H}_{0i}$  – вектор напряженности в  $i$ -ой точке наблюдения.

Зависимость  $M=f(H)$  задается в аналитической форме [4]

$$M(H) = c_H \frac{H_c H}{H^2 + H_c^2} + \frac{M_b}{p} \frac{H^2}{H^2 + kH_c^2} \times \left( \arctg \frac{H_c + H}{H_0} - \arctg \frac{H_c - H}{H_0} \right)$$

где  $c_H$  – начальная восприимчивость;  $M_s, M_r$  – намагниченность насыщения и остаточная намагниченность;  $H_c$  – коэрцитивная сила;  $M_c = M(H_c)$ ;  $H$  – текущее значение напряженности магнитного поля.

Решением (1) является значение вектора намагниченности в  $N$  точках детали  $\bar{M}_i$ . В каждом элементарном объеме рассчитывается напряженность размагничивающего поля:

$$\bar{H}_{pi} = \bar{H}_i - \bar{H}_{0i}.$$

Для определения остаточной намагниченности для каждого элементарного объема рассчитывается коэффициент размагничивания, который в рассматриваемой задаче является векторной величиной:

$$\begin{aligned} \bar{W} &= \bar{I}_x N_x + \bar{I}_y N_y + \bar{I}_z N_z = \\ &= \bar{I}_x \frac{H_{pxi}}{M_{xi}} + \bar{I}_y \frac{H_{pyi}}{M_{yi}} + \bar{I}_z \frac{H_{pzi}}{M_{zi}}. \end{aligned} \quad (2)$$

Для каждого элементарного объема справедливы следующие соотношения:

$$H_{pxi} = -N_{xi} M_{xi}; H_{pyi} = -N_{yi} M_{yi}; H_{pzi} = -N_{zi} M_{zi},$$

которые при совместном решении с уравнением  $M=f(H)$ , заданном во втором квадранте петли гистерезиса, дают возможность определить вектор намагниченности. После определения  $\bar{M}_i$  в каждом элементарном объеме магнитный поток в сердечнике феррозонда находится по формуле [4]:

$$\Phi = \frac{1}{i\omega} \int_V \bar{H} \cdot \bar{M} dV \approx \frac{1}{i\omega} \sum_{i=1}^N \bar{H}_i \cdot \bar{M}_i \cdot \Delta V_i, \quad (3)$$

где  $\bar{H}_i$  - вектор напряженности магнитного поля, создаваемый в объеме детали  $V$  сердечником феррозонда с намагничивающей силой  $i\omega$ .

Математическая модель феррозонд-дефект для ненасыщенного материала.

При ненасыщенном ферромагнитном материале контролируемой детали для расчета магнитного потока в сердечнике феррозонда рассчитывается нормальная составляющая вектора намагниченности на поверхности детали и дефекта путем решения следующего интегрального уравнения [3]:

$$\begin{aligned} s(Q) - \frac{1}{2p} \times \\ \times \oint_S s(P) \left[ \frac{\cos(\bar{r}_{QP}, \bar{n}_Q)}{r_{QP}^2} - \frac{1}{S} \oint_S \frac{\cos(\bar{r}_{QP}, \bar{n}_Q)}{r_{QP}^2} \right] dS_P = \\ = 2m_0 I H_0, \end{aligned} \quad (4)$$

здесь  $Q, P$  - точки источника и наблюдения;  $\bar{r}_{QP}$  - вектор, проведенный из точки  $P$  в точку  $Q$ ;  $\bar{H}_0$  - вектор напряженности поля внешнего источника;  $\bar{n}_Q$  - единичный вектор нормали к поверхности детали.

Результатом решения уравнения (4) является плотность поверхностных зарядов  $s$ , которая связана с вектором намагниченности на поверхности детали соотношением [3]

$$M_n(Q) = \frac{2s(Q)}{m_0}. \quad (5)$$

Величина магнитного потока в сердечнике феррозонда определяется по модифицированной формуле (3):

$$\Phi = \frac{m_0}{i\omega} \oint_S j \cdot M_n dS, \quad (6)$$

где  $j$  - магнитный потенциал, созданный сердечником феррозонда с обмоткой  $i\omega$ .

Математическая модель феррозонд-дефект для переменного магнитного поля.

Для численного расчета плотности зарядов на стенках дефекта и на поверхности детали вводятся один векторный и один скалярный фиктивные источники. Обозначим  $\bar{i} = \bar{n} \times \bar{H}^*$  - вектор плотности простого слоя электрического тока,  $\bar{s} = \bar{n} \cdot \bar{H}^*$  - плотность простого слоя магнитных зарядов, где  $\bar{H}^*$  - вектор напряженности намагничивающего поля. Задача расчета поля сводится к решению следующей системы сингулярных интегральных уравнений [3]:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \bar{i}(Q) + \\ + \bar{n} \times \text{rot} \oint_{S_P} \bar{i}(P) \bar{s}_H dS_P + \bar{n} \times \text{grad} \oint_{S_P} \frac{\bar{s}(P)}{4\pi r_{QP}} ds_P = \\ = \bar{n} \times \bar{H}_0, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \bar{s}(Q) + \\ + m_p \bar{n} \cdot \text{rot} \oint_{S_P} \bar{i}(P) \bar{s}_H dS_P + \bar{n} \cdot \text{grad} \oint_{S_P} \frac{\bar{s}(P)}{4\pi r_{QP}} ds_P = \\ = \bar{n} \cdot \bar{H}_0, \end{aligned}$$

где  $Q, P$  - точки источника и наблюдения;

$\bar{s}_H = \frac{e^{-jk r_{QP}}}{4\pi r_{QP}}$  - фундаментальная функция Грина,

$\bar{H}_0$  - вектор напряженности намагничивающего поля.

После расчета плотности зарядов на каждой элементарной площадке путем численного решения системы уравнений (7) по формуле (6) находится магнитный поток, индуцированный дефектом в сердечнике феррозонда.

Математическая модель функции преобразования феррозонда.

Принципиальная схема феррозонда показана на рис. 3.

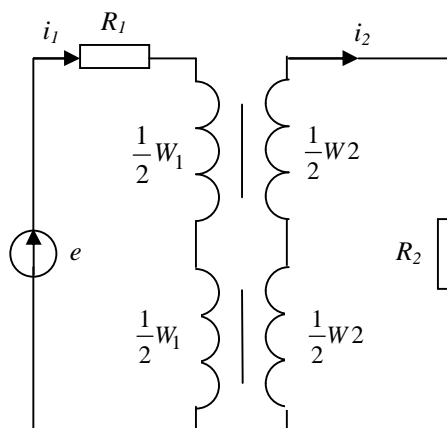


Рисунок 3 – Принципиальная схема феррозонда

Для схемы справедлива следующая система уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \Psi_{11} + \frac{d}{dt} \Psi_{12} + i_1 R_1 &= e; \\ \frac{d}{dt} \Psi_{21} - \frac{d}{dt} \Psi_{22} + i_2 R_2 &= 0; \end{aligned} \quad (8)$$

здесь  $\Psi_{11}, \Psi_{12}$  и  $\Psi_{21}, \Psi_{22}$  - потокосцепления двух полуэлементов феррозонда:

$$\begin{aligned} \Psi_{11} &= \frac{1}{2} W_1 S B (H_1 + H_2 + H_0), \\ \Psi_{12} &= \frac{1}{2} W_1 S B (H_1 - H_2 - H_0), \\ \Psi_{21} &= \frac{1}{2} W_2 S B (H_1 + H_2 + H_0), \\ \Psi_{22} &= \frac{1}{2} W_2 S B (H_1 - H_2 - H_0), \end{aligned} \quad (9)$$

где  $S$  - площадь сечения феррозонда,  $H_0$  - напряженность измеряемого поля,  $H_1$  - напряженность поля возбуждения,  $H_2$  - напряженность поля, создаваемого током вторичной обмотки,  $e = E_m \sin \omega t$  - э.д.с. генератора возбуждения.

Система дифференциальных уравнений (8) с учетом (9) сводится к виду [5]:

$$\begin{aligned} W_1 S k \left( \frac{d}{dt} H_1 + \frac{d}{dt} H_2 \right) + \\ + W_1 S m \left( \frac{d}{dt} H_1 - \frac{d}{dt} H_2 \right) + H_1 \frac{l R_1}{W_1} &= e, \\ W_2 S k \left( \frac{d}{dt} H_1 + \frac{d}{dt} H_2 \right) - \\ - W_2 S m \left( \frac{d}{dt} H_1 - \frac{d}{dt} H_2 \right) + H_2 \frac{l R_2}{W_2} &= 0, \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} k &= \frac{B_S / H_S}{1 + \left[ \frac{p}{2H_S} (H_1 + H_2 + H_0) \right]^2}; \\ m &= \frac{B_S / H_S}{1 + \left[ \frac{p}{2H_S} (H_1 - H_2 - H_0) \right]^2}, \end{aligned}$$

$B_S, H_S$  - индукция и напряженность насыщения материала сердечников феррозонда,  $l$  - длина сердечников феррозондов.

Решение системы нелинейных дифференциальных уравнений (10) производится численными методами.

Сигнал на выходе феррозонда рассчитывается по формуле:

$$U_{\text{вых}} = -H_2 \frac{l R_2}{W_2}. \quad (11)$$

### Выводы

1. Разработана математическая модель на основе теоремы о взаимности К.М.Поливанова, которая позволяет определить численными методами магнитный поток, индуцированный дефектом ферромагнитной детали в сердечнике феррозонда.

2. Предложена математическая модель процесса образования выходного сигнала феррозонда, позволяющая определить его функцию преобразования.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Мужикский В.Ф. К расчету магнитостатических полей рассеяния от поверхностных дефектов конечной глубины//Дефектоскопия. - 1987. - № 3. - С. 8-12.
2. Зацепин Н.Н., Коржова Л.В. Магнитная дефектоскопия. - Мн.: Наука и техника, 1981. - 208 с.
3. Курбатов П.А., Аринчин С.А. Численный расчет электромагнитных полей. - М.: Энергоатомиздат, 1984. - 167 с.
4. Жученко Н.А. Совершенствование систем дефектоскопии деталей ходовой части подвижного состава: Дис. ...канд. техн. наук. - Луганск, 2008. - 178 с.
5. Яковенко В.В., Полтавцев А.Ю., Калмыков М.В. Расчет коэффициента преобразования феррозонда второй гармоники//Сб. Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія "Електротехніка і енергетика". - 2004. - Вип. 79. - С. 217-220.

Стаття надійшла 30.09.2008 р.  
Рекомендовано до друку д.ф.-м.н., проф.  
Слізаровим О.І.