

УДК 537.527

## РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК ПЛАЗМОТРОНА С ПОМОЩЬЮ УРАВНЕНИЯ ЭЛЕНБААСА-ГЕЛЛЕРА

*Калюжный Г.С., к.ф.-м.н., доц., Кияшко К.Н., н.с.,  
Мягченко Е.Ю., студент, Чаленко А.В., к.т.н., доц.*

*Восточноукраинский национальный университет им. Владимира Даля, г. Луганск  
91034 г. Луганск, кв. Молодежный, 20а*

*E-mail: [uni@snu.edu.ua](mailto:uni@snu.edu.ua)*

Наведені результати розрахунку характеристик електричної дуги у повітрі на основі розв'язання рівняння Еленбааса-Геллера. Розрахункові дані порівнюються з експериментальними характеристиками плазматрона з вихровою стабілізацією дуги. Зроблено висновок про можливість розрахунку параметрів таких плазмотронів за невеликих витрат газу на основі розглянутої моделі.

**Ключові слова:** електрична дуга, рівняння Еленбааса-Геллера, плазматрон.

The results of the calculation of characteristics of an electric arc in the air based on the solution of the Elenbaas-Heller equation are presented. The calculation data are compared to the experimental characteristics of the plasma generator with whirlwind stabilization of an arc. It is concluded that the considered model can be used for calculation of parameters of such plasma generators at small gas rates.

**Key words:** electric arc, Elenbaas-Heller equation, plasma generator.

**Введение.** В настоящее время в промышленности широко используются пламенные технологии. Они позволяют получать материалы с принципиально новыми свойствами, увеличивать скорости технологических процессов в несколько раз. Одним из источников низкотемпературной плазмы для технологических целей являются электродуговые нагреватели газа – плазматроны. Поэтому задача расчета их параметров является актуальной.

**Анализ предыдущих исследований.** Параметром дуги плазматрона, представляющим наибольший интерес, является температура плазмы. Обычно, в инженерной практике, регулируемым параметром является ток дуги. По его значению, с помощью какой-либо модели дуги, необходимо рассчитать величину температуры и других основных параметров дуги – мощности, напряженности поля, поперечного радиуса.

Исторически первой такой моделью дуги является каналовая модель, предложенная Штенбеком [1] в 1932 году. В ней предполагается, что плотность тока дуги остается постоянной в канале определенного радиуса и равна нулю за его пределами. В силу своей простоты и неплохой сопоставимости результатов расчета с экспериментом она и сейчас не утратила своего значения и продолжает применяться в инженерной практике [2,3].

Следующей по степени сложности моделью является модель, основанная на уравнении Эленбааса-Геллера (ЭГ) [3]. Фактически оно представляет собой уравнение баланса энергии в дуге в предположении, что вынос энергии за пределы дуги осуществляется только теплопроводным механизмом. Модель позволяет получить более полную информацию о дуге, включая радиальное распределение температуры и плотности тока. В силу своей нели-

нейности, уравнение ЭГ может быть решено только численно [4], что затрудняло его широкое использование в инженерной практике. В настоящее время, в связи с доступностью мощных систем компьютерной математики, это ограничение теряет свою силу.

**Цель работы.** Расчет характеристик плазматрона с вихровой стабилизацией дуги на основе уравнения Эленбааса-Геллера и сравнение их с данными эксперимента.

Теоретическое исследование характеристик дуги проводилось в рамках математической модели, основанной на уравнении ЭГ для дуги, стационарно горящей в охлаждаемой трубке. В цилиндрической системе координат, ось которой совпадает с осью дуги, оно имеет вид:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r l(T) \frac{dT}{dr} \right) + s(T) E^2 = 0,$$

где  $\lambda$  и  $\sigma$  - теплопроводность и электропроводность воздуха и  $E$  - напряженность электрического поля. Предполагается, что задача обладает осевой и аксиальной симметрией. Потери энергии на излучение в данной модели не учитываются.

Параметры газа  $\lambda$  и  $\sigma$  являются сложными функциями температуры, что делает уравнение ЭГ нелинейным. Переход к тепловому потенциалу

$$\Theta(T) = \int_0^T \lambda(T) dT$$

позволяет убрать один из источников нелинейности - зависимость  $\lambda(T)$  и переписать уравнение ЭГ в виде

$$\frac{d^2 \Theta}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{d\Theta}{d\rho} + \sigma(\Theta) E^2 = 0 \quad (1)$$

Уравнение (1) должно быть дополнено граничными условиями:

$$\left. \frac{d\Theta}{dr} \right|_{r=0} = 0, \Theta|_{r=R} = 0 \quad (2)$$

Первое условие связано с отсутствием теплового потока на оси. Как оказалось, величина температуры (и теплового потенциала) на стенках трубки практически не влияют на решение, поэтому второе условие выбрано достаточно произвольно.

Для полной постановки задачи должна быть задана функция  $\sigma(\Theta)$ . Она, как и функции  $T(\Theta)$ ,  $\Theta(T)$  и  $\sigma(T)$ , необходимые для пересчета полученных результатов, была получена интерполяцией подробных экспериментальных данных, приведенных в [4], с помощью эрмитовых кубических интерполянтов.

Величина напряженности определялась как собственное значение краевой задачи (1)-(2). Затем находилась величина напряжения как  $U = E \cdot l$ , где  $l$  - длина дуги, и величина тока

$$i = E \int_0^R \sigma(\Theta(r)) 2\pi r dr. \quad (3)$$

Краевая задача (1)-(2) решалась в среде пакета Matlab с помощью программы решения задач с граничными условиями bvp4c, использующей метод коллокации.

В рамках данной модели были рассчитаны характеристики плазмотрона, разработанного для нагрева дисперсных материалов [5]. Принципиальная схема плазмотрона приведена на рис.1.

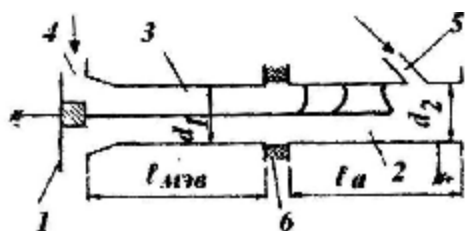


Рисунок 1 – Принципиальная схема плазмотрона  
1 – катод; 2 – анод; 3 – межэлектродная вставка; 4 – вихревая камера; 5 – реакторная камера; 6 – изолятор.

Важной конструкционной особенностью таких плазмотронов является применение удлиненной межэлектродной вставки, длина которой  $l_{мэв} = (8 \div 10)d_1$ , где  $d_1$  - диаметр канала межэлектродной вставки, равный  $7 \cdot 10^{-3}$  м. Диаметр канала анода равен  $d_2 = 8,5 \cdot 10^{-3}$  м, длина анода  $l_a = 5,5 \cdot 10^{-2}$  м.

На рис. 2 и 3 приведены типичные радиальные распределения температуры и электропроводности плазмы дуги, полученные в рамках рассматриваемой модели (расстояние до оси указано в долях ра-

диуса канала межэлектродной вставки). Распределения рассчитаны для тока 148А.

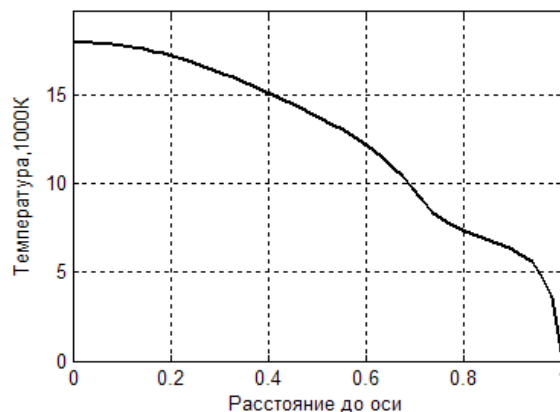


Рисунок 2 – Радиальное распределение температуры дуги

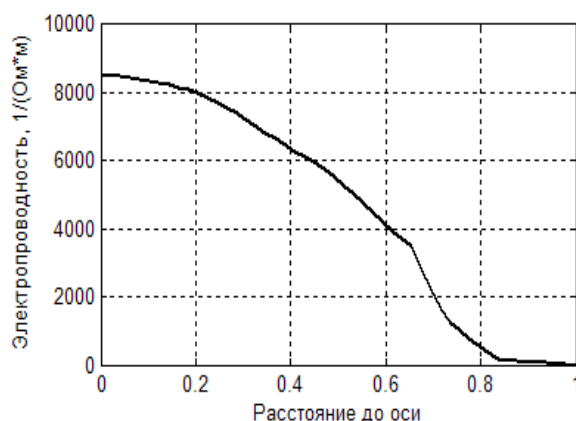


Рисунок 3 – Радиальное распределение электропроводности в дуге

На рис.4 приведена рассчитанная вольт-амперная характеристика дуги и измеренные характеристики при различных расходах газа.

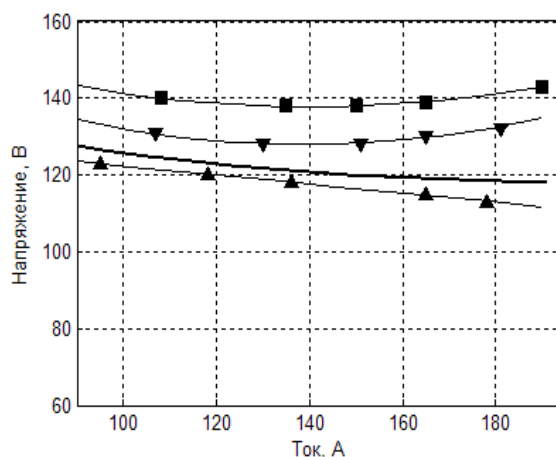


Рисунок 4 – Расчетная и экспериментальные вольт-амперные характеристики дуги. Расход воздуха: ■ -  $19,5 \cdot 10^{-4}$  кг/с; ▼ -  $16 \cdot 10^{-4}$  кг/с; ▲ -  $8,6 \cdot 10^{-4}$  кг/с.

Видно, что расчетная характеристика совпадает с измеренными характеристиками при небольших расходах газа. Это согласуется с выводами работы [3] о том, что температура на оси разряда слабо зависит от внешних условий, поэтому модель ЭГ можно применять и для дуги, обдуваемой потоком газа.

Незначительный сдвиг характеристик вверх (до 20%) при увеличении расхода газа может быть объяснен следующим образом. При увеличении расхода воздуха улучшается охлаждение дуги и понижается ее температура. Это приводит к уменьшению электропроводности воздуха в дуге и, согласно (3), к увеличению напряженности поля и напряжения дуги при фиксированном значении тока.

На рис. 5 приведена расчетная зависимость средней температуры дуги от величины силы тока дуги и результаты измерений температуры при расходе газа  $8,6 \cdot 10^{-4}$  кг/с.

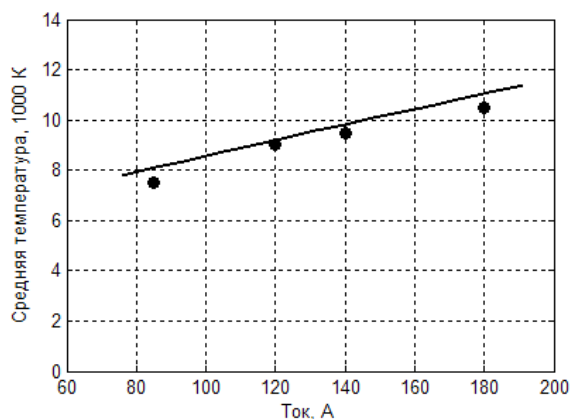


Рисунок 5 – Зависимость средней по сечению температуры дуги от силы тока

Средняя по сечению канала температура рассчитывалась как

$$T_{\text{ср}} = \frac{\int_0^R T(\rho) 2\pi\rho d\rho}{\pi R^2}.$$

Измерения температуры проводились методом Лоренца по линии Ni 493,5 нм через отверстие в боковой стенке анода плазмотрона. Видна хорошая согласованность экспериментальных и расчетных данных.

**Выводы:** Сравнение результатов расчета на основе уравнения Эленбааса-Геллера и измеренных характеристик плазмотрона с вихревой стабилизацией дуги подтверждает возможности расчета параметров таких плазмотронов на основе рассмотренной модели.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Энгель А., Штенбек М. Физика и техника электрического разряда в газах. – М.: ОНТИ СССР, 1935.
2. Жуков М.Ф., Коротеев А.С., Урюков Б.А. Прикладная динамика термической плазмы. - Новосибирск, Наука, 1975. – 296 с.
3. Райзер Ю.П. Физика газового разряда. – М.: Наука, 1987. – 592 с.
4. Энгельшт В.С., Гурович В.Ц. и др. Теория столба электрической дуги. (Низкотемпературная плазма. т.1.). – Новосибирск, Наука, 1990. – 376 с.
5. Дзюба В.Л., Корсунов К.А. Физика, техника и применение низкотемпературной плазмы: Монография. – Луганск: Изд-во ВНУ им.В.Даля, 2007. – 448 с.

Стаття надійшла 30.09.2008 р.  
Рекомендовано до друку д.ф.-м.н., проф.  
Єлізаровим О.І.