УДК 62.506+681.5.015

ВИЗНАЧЕННЯ ОБ'ЄМУ ВИБІРКИ ВИМІРЮВАННЯ ДІАМЕТРІВ КВАРЦОВИХ ТРУБ ДЛЯ АДАПТИВНОГО АЛГОРИТМУ КЕРУВАННЯ ПРОЦЕСОМ ВИТЯЖКИ

Галай В.М., к.т.н., доц.
Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка
36011 м. Полтава, Першотравневий просп., 24
E-mail: polntu@ukr.net

Получена формула, которая позволяет определить объём выборки поточных измерений диаметров кварцевых труб для алгоритма стабилизации в зависимости от допустимой погрешности.
Ключевые слова: функционал, измерения, контроль, автоматическое регулирование, кварц, диаметр, труба.

A formula which allows to define a sample of the current measurings of diameters of quartz pipes size for the algorithm of stabilizing depending on a permissible error is got.
Key words: functional, measurings, control, automatic control, quartz, diameter, pipe.

Вступ. Кварцові труби витягують спеціальною витяжною машиною із кварцової гільзи, що переводиться в розм'якшений стан шляхом нагрівання до температури близької до 1800°C. Гільза (блок) рухається повільно через піч із швидкістю $V_{áë}$, а труба витягується з більшою швидкістю V_{mp}. Зовнішній d_3 і внутрішній $d_{\hat{a}}$ діаметри визначаються в основному швидкостями $V_{áë}$ і V_{mp} , тиском азоту, що продувається через трубу, та в'язкістю (температурою) кварцового скла в місці перетяжки.

Автоматизована система керування процесом витяжки налаштована таким чином, щоб забезпечувати максимальну точність діаметрів труб шляхом мінімалізації функціонала Лагранжа [1].

Щоб якісно керувати процесом, потрібно АСК періодично опрацьовувати певний об'єм поточної інформації про похибки діаметрів і величини швидкостей подачі гільзи і витяжки труби при стабільному тиску азоту, тобто необхідно враховувати оптимальне число m поточних вимірів.

Аналіз попередніх досліджень. Традиційні методи визначення числа вимірювань діаметрів труб побудовані переважно в статистичній постановці на основі прийнятої гіпотези закону розподілу ймовірностей [2] або на основі експерименту [3].

Мета роботи. Знайти математичний вираз для визначення кількості поточних вимірів діаметрів кварцових труб, необхідної для забезпечення допустимої похибки.

Матеріал і результати дослідження. Для довільного моменту часу t_0 (рис.1) розглянемо інтервал $[t_0 - m\Delta t,\, t_0 + m\Delta t]$, де m – деяке ціле додатне число, а Δt – деякий проміжок часу.

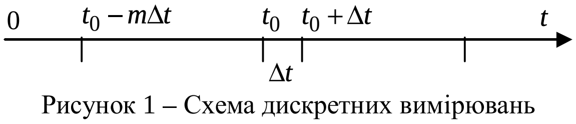

Рисунок 1 – Схема дискретних вимірювань

У цьому інтервалі V_{mp} і $V_{áë}$ залишаються сталими з точністю, яку дозволяє це робити протяжний механізм. Те ж саме можна сказати і про оптимальні значення внутрішнього і зовнішнього діаметрів $d_{\hat{a}}^*$ і $d_{ç}^*$, що теж розглядаються сталими. Для теоретичного дослідження проблеми оптимального контролю, що зводиться до визначення екстремалі $d^*(t) = \{d_{\hat{a}}^*(t),\, d_{ç}^*(t)\}$, яка доставляє мінімум функціоналу

$$I(d(t)) = \frac{1}{T}\int_0^T \left[\left(\Delta d_{ç}(t)\right)^2 + \left(\Delta d_{\hat{a}}(t)\right)^2 \right] dt\,, \qquad (1)$$

що реалізує середнє квадратичне наближення вимірів $\hat{d}_{ç}$ і $\hat{d}_{\hat{a}}$ до оптимальних значень цих діаметрів

$$\Delta d_{ç}(t) = \hat{d}_{ç}(t) - d_{ç}^*(t),\ \Delta d_{\hat{a}}(t) = \hat{d}_{\hat{a}}(t) - d_{\hat{a}}^*(t)\,, \qquad (2)$$

необхідно $2m+1$ вимірів.

Можна передбачити, що на результати вимірів будуть впливати не так випадкові похибки приладів, розподілені за нормальним законом, як періодичні пульсації протяжного механізму, зумовлені його вібрацією. Так як амплітуди коливань незначні, синусоїда досить точно може бути наближена ламаною лінією (рис. 2)

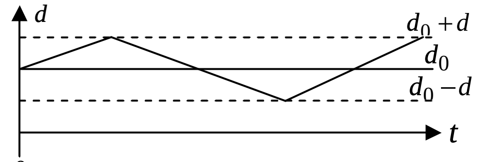

Рисунок 2 – Граничні коливання діаметрів

Це можна трактувати як і рівномірний розподіл випадкової величини на проміжку $[d_0 - d,\, d_0 + d]$. Що стосується зовнішнього і внутрішнього діаметрів, то ці проміжки будуть відповідно

$$\left[d_{0ç}-d,\, d_{0ç}+d\right] \text{ і } \left[d_{0â}-d,\, d_{0â}+d\right].$$

З урахуванням рівняння зв'язку

$$\frac{d_{ç}^2-d_{â}^2}{D_{ç}^2-D_{â}^2}\cdot\frac{V_{\grave{o}\eth}}{V_{\acute{a}\ddot{e}}}-1=0 \qquad (3)$$

і при переході до дискретного аналогу функціоналу (1), одержимо функцію Лагранжа:

$$F(d_{ç}^*,d_{d}^*,l)=\frac{1}{2m+1}\sum_{i=1}^{m}\left[\left(d_{0ç}+\frac{id}{m}-d_{ç}^*\right)^2+\right. \qquad (4)$$

$$\left.+\left(d_{0â}+\frac{id}{m}-d_{â}^*\right)^2+l\left(\frac{d_{ç}^{*2}-d_{â}^{*2}}{D_{ç}^2-D_{â}^2}\cdot\frac{V_{\grave{o}\eth}}{V_{\acute{a}\ddot{e}}}-1\right)\right]$$

З необхідних умов екстремуму

$$\frac{\partial F}{\partial d_{ç}^*}=0,\quad \frac{\partial F}{\partial d_{\grave{e}}^*}=0,\quad \frac{\partial F}{\partial l}=0 \qquad (5)$$

одержимо

$$l\,d_{ç}^*\cdot\frac{1}{D_{ç}^2-D_{â}^2}\cdot\frac{V_{\grave{o}\eth}}{V_{\acute{a}\ddot{e}}}+d_{ç}^*=d_{0ç};$$

$$-l\,d_{â}^*\cdot\frac{1}{D_{ç}^2-D_{â}^2}\cdot\frac{V_{\grave{o}\eth}}{V_{\acute{a}\ddot{e}}}+d_{â}^*=d_{0â}; \qquad (6)$$

$$\frac{d_{ç}^2-d_{â}^2}{D_{ç}^2-D_{â}^2}\cdot\frac{V_{\grave{o}\eth}}{V_{\acute{a}\ddot{e}}}-1=0,$$

що відрізняється від умов (4) лише тим, що середні значення вимірів замінені на apriori вибрані $d_{0ç}$ і $d_{0â}$ (на уставки).

Тому пошук оптимальних значень $d^*(t)=\left\{d_{â}^*(t),\, d_{ç}^*(t)\right\}$ мало відрізняється від загального випадку, так що можна скористатися рівняннями

$$\frac{d_{â0}}{d_{â}^*}+\frac{d_{ç0}}{\sqrt{a^{-1}+d_{â}^{*2}}}-2=0; \qquad (7)$$

$$d_{ç}^*=\sqrt{a^{-1}+d_{â}^*},$$

де $a=\frac{1}{D_{ç}^2-D_{â}^2}\cdot\frac{V_{\grave{o}\eth}}{V_{\acute{a}\ddot{e}}}$.

Однак цього разу дискретний аналог (4) функціоналу (1) явно залежить від m. За наступною формулою можна точно порахувати вплив m:

$$I^*=\frac{1}{2m+1}\sum_{i=1}^{m}\left[\left(d_{0ç}+\frac{id}{m}-d_{ç}^*\right)^2+\left(d_{0â}+\frac{id}{m}-d_{â}^*\right)^2\right] \qquad (8)$$

тобто теоретично визначити оптимальну кількість вимірів.

Позначимо $\Delta_{ç}=d_{0ç}-d_{ç}^*,\quad \Delta_{â}=d_{0â}-d_{â}^*$, тоді одержимо:

$$I^*=\frac{1}{2m+1}\sum_{s=1}^{m}\left[\left(\Delta_{ç}+\frac{id}{m}\right)^2+\left(\Delta_{â}+\frac{id}{m}\right)^2\right]=$$

$$=\frac{1}{2m+1}\sum_{1}^{m}\left[\Delta_{ç}^2+\Delta_{â}^2+\frac{2id}{m}\left(\Delta_{ç}+\Delta_{â}\right)+\frac{2i^2d^2}{m^2}\right]=$$

$$=\frac{1}{2m+1}\sum_{s=1}^{m}\left[\Delta_{ç}^2+\Delta_{â}^2+\frac{2i^2d^2}{m^2}\right]=$$

$$=\frac{1}{2m+1}\sum_{1}^{m}\left(\Delta_{ç}^2+\Delta_{â}^2\right)+\frac{2d^2}{m^2}\sum_{1}^{m}\frac{i^2}{(2m+1)}= \qquad (9)$$

$$=\frac{\sum_{s=1}^{m}\left(\Delta_{ç}^2+\Delta_{â}^2\right)}{2m+1}+\frac{2d^2}{m^2}\cdot\frac{(m+1)m}{6}=$$

$$=\frac{\sum_{1}^{m}\left(\Delta_{ç}^2+\Delta_{â}^2\right)}{2m+1}+\frac{d^2}{3}\cdot\left(1+\frac{1}{m}\right)=$$

$$=\frac{d^2}{3}+\frac{d^2}{3m}+\frac{\sum_{1}^{m}\left(\Delta_{ç}^2+\Delta_{â}^2\right)}{2m+1},$$

$$I=\lim_{m\to\infty}\left[\frac{d^2}{3}+\frac{d^2}{3m}+\frac{\sum_{1}^{m}\left(\Delta_{ç}^2+\Delta_{â}^2\right)}{2m+1}\right]=\frac{d^2}{3}. \qquad (10)$$

При знаходженні суми була використана формула суми квадратів $\sum_{i=1}^{m}i^2=\frac{m(m+1)(2m+1)}{6}$.

Аналіз формули (10) дозволяє дійти висновку, що із збільшенням m значення мінімуму функціоналу асимптотично прямує до $\frac{d^2}{3}$ як гіпербола $\frac{\tilde{n}}{m}$, де $c=\frac{d^2}{3}$. Якщо труба виготовляється точно з нульовим допуском (δ=0) діаметрів, то функціонал I мінімальний і дорівнює нулю.

При $\infty>d>0$ величина функціонала (9) залежить від m.

Для наближеного розрахунку можна припустити, що значення зовнішнього і внутрішнього діаметрів труб коливаються відносно установлених значень з нульовими середніми похибками. Тоді $I\approx\frac{d^2}{3}+\frac{d^2}{3m}$. Якщо задати, щоб $\frac{d^2}{3m}$ дорівнювало α частин від межі, що не залежить від кількості вимірювань, то отримаємо формулу для розрахунку m:

$$a\frac{d^2}{3}=\frac{d^2}{3m}, \text{ звідки } m=\frac{1}{a}.$$

Висновки. На основі мінімізації функціоналу Лагранжа знайдена формула, що дозволяє розрахувати необхідну кількість поточних вимірів діаметрів кварцових труб залежно від величини допуску на діаметри.

ЛІТЕРАТУРА

1. Галай В.М., Сільвестров А.М., Шефер О.В.,Ноніусна адаптивна високоточна система стабілізації стохастичних технологічних процесів // Системні дослідження та інформаційні технології. – 2003. - № 1. – С. 135-142.

2. Грешилов А.А., Стакун В.А.,Стакун А.А. Статистические методы принятия решения с элементами конфлюэнтного анализа. – М.: Радио и связь, 1998. – 112 с.

3. Адаптивное управление точностью прокатки труб /Данилов Ф.А., Имедадзе В.В., Клемперд Е.Д. и др. -М.: Металлургия, 1973. – 224 с.

Стаття надійшла 18.11.2008 р.
Рекомендовано до друку к.т.н., доц.
Некрасовим А.В.